

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

ANDRÉ HOUBEURT

Première thèse :

ÉTUDE ANALOGIQUE DE L'ÉCOULEMENT RADIAL CIRCULAIRE TRANSITOIRE DES GAZ DANS LES MILIEUX POREUX

APPLICATION A L'ÉTUDE DES GISEMENTS DE GAZ NATUREL

Deuxième thèse

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

soutenues le 27 juin 1953, devant la commission d'examen

MM. FOCH.....	<i>Président.</i>
PERÈS.....	} <i>Examineurs.</i>
FORTIER....	

PUBLIÉ PAR

LA REVUE DE L'INSTITUT FRANÇAIS DU PÉTROLE
ET ANNALES DES COMBUSTIBLES LIQUIDES

Nos 4, 5, 6. — 1953

PARIS

THÈSES
FACULTÉ DES SCIENCES

Nom du Candidat : HOUPEURT.

Prénom : ANDRÉ.

Date de la soutenance : 27 Juin 1953.

Numéro d'ordre : Série A 2551 — N° 3423.

HOUPEURT (André). — Étude analogique de l'écoulement radial circulaire transitoire des gaz en milieux poreux. Application à l'étude des gisements de gaz naturel. — *Paris*, Revue de l'Institut Français du Pétrole, VIII, 4-5-6, 1953. In-4°, 84 p., 64 fig.

*Th. Sc. Math., Paris, 1953.
Sér. A. 2551. N° 3423.*

HOUPEURT (André). — Étude analogique de l'écoulement radial circulaire transitoire des gaz en milieux poreux. Application à l'étude des gisements de gaz naturel. — *Paris*, Revue de l'Institut Français du Pétrole, VIII, 4-5-6, 1953. In-4°, 84 p., 64 fig.

*Th. Sc. Math., Paris, 1953.
Sér. A. 2551. N° 3423.*

HOUPEURT (André). — Étude analogique de l'écoulement radial circulaire transitoire des gaz en milieux poreux. Application à l'étude des gisements de gaz naturel. — *Paris*, Revue de l'Institut Français du Pétrole, VIII, 4-5-6, 1953. In-4°, 84 p., 64 fig.

*Th. Sc. Math., Paris, 1953.
Sér. A. 2551. N° 3423.*

HOUPEURT (André). — Étude analogique de l'écoulement radial circulaire transitoire des gaz en milieux poreux. Application à l'étude des gisements de gaz naturel. — *Paris*, Revue de l'Institut Français du Pétrole, VIII, 4-5-6, 1953. In-4°, 84 p., 64 fig.

*Th. Sc. Math., Paris, 1953.
Sér. A. 2551. N° 3423.*

PATENTE DES SERRURERS

Nom du Candidat : HOFFMANN

Titre : 1er

Date de la patente : 17 Nov 1893

Nom de l'atelier : 101, rue de la Paix - N° 312

HOFFMANN Adolphe - 1er
Le titulaire de la patente de
serrurier a été nommé par
le conseil municipal de la
ville de Paris le 17 Nov 1893
à l'unanimité. - Valeur de
la patente 100 fr. - N° 312

HOFFMANN Adolphe - 1er
Le titulaire de la patente de
serrurier a été nommé par
le conseil municipal de la
ville de Paris le 17 Nov 1893
à l'unanimité. - Valeur de
la patente 100 fr. - N° 312

HOFFMANN Adolphe - 1er
Le titulaire de la patente de
serrurier a été nommé par
le conseil municipal de la
ville de Paris le 17 Nov 1893
à l'unanimité. - Valeur de
la patente 100 fr. - N° 312

HOFFMANN Adolphe - 1er
Le titulaire de la patente de
serrurier a été nommé par
le conseil municipal de la
ville de Paris le 17 Nov 1893
à l'unanimité. - Valeur de
la patente 100 fr. - N° 312

SÉRIE A, N° 2551

N° D'ORDRE : 3423

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

ANDRÉ HOUPEURT

Première thèse :

ÉTUDE ANALOGIQUE DE L'ÉCOULEMENT RADIAL CIRCULAIRE TRANSITOIRE DES GAZ DANS LES MILIEUX POREUX

APPLICATION A L'ÉTUDE DES GISEMENTS DE GAZ NATUREL

Deuxième thèse

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

soutenues le 27 juin 1953, devant la commission d'examen

MM. FOCH.....	<i>Président.</i>
PERÈS.....	{ <i>Examineurs.</i>
FORTIER....	

PUBLIÉ PAR

LA REVUE DE L'INSTITUT FRANÇAIS DU PÉTROLE
ET ANNALES DES COMBUSTIBLES LIQUIDES

N^{os} 4, 5, 6. — 1953

—
PARIS

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen..... M. A. CHATELET.

PROFESSEURS

G. JULIA..... T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	KASTLER..... T	Physique.
A. DENJOY..... T	Théorie des fonctions.	CHATELET..... T	Arithmétique et théorie des nombres.
L. LUTAUD..... T	Géographie physique et Géologie dynamique.	EPHROSSI..... T	Génétique.
E. DARMOIS..... T	Enseignement de Phy- sique.	WURMSER..... T	Biologie physico-chi- mique.
Robert LÉVY... T	Physiologie comparée.	BAUER..... T	Chimie-Physique.
FOCH..... T	Mécanique physique et expérimentale.	RIVIÈRE..... T	Géologie (P. C. B.).
PAUTHENIER..... T	Électrotechnique géné- rale.	GAUTHIERET..... T	Biologie végétale (P. C. B.).
DE BROGLIE..... T	Théories physiques.	LUCAS..... T	Physique.
JOB..... T	Chimie générale.	A. THOMAS..... T	Évolution des êtres or- ganisés.
PIRENANT..... T	Anatomie et Histologie comparées.	ARNULF..... T	Optique appliquée.
COMBES..... T	Physiologie végétale.	MAX MORAND... T	Physique.
GARNIER..... T	Géométrie supérieure.	SOLEILLET..... T	Physique.
PÉRES..... T	Mécanique des fluides et applications.	FORTIER..... T	Mécanique expérimen- tale des fluides.
LAUGIER..... T	Physiologie générale.	DANJON..... T	Astronomie.
TOUSSAINT..... T	Technique Aéronau- tique.	FROMAGEOT..... T	Chimie biologique.
M. CURIE..... T	Physique (P. C. B.).	LAPORTE..... T	Physique générale et Radioactivité.
G. RIBAUD..... T	Hautes températures.	JANET..... T	Mathématiques gé- nérales.
CHAZY..... T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	PETIT..... T	Biologie maritime.
GROZE..... T	Physique théorique et Physique céleste.	QUENEY..... T	Météorologie et dyna- mique atmosphérique.
DUPONT..... T	Théories chimiques.	GALLIEN..... T	Biologie animale (P. C. B.).
VALIRON..... T	Calcul différentiel et Cal- cul intégral.	EICHHORN..... T	Biologie végétale (P. C. B.).
BARRABÉ..... T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	DE CUGNAC..... T	Biologie végétale (P. C. B.).
G. DARMOIS..... T	Calcul des probabilités et Physique mathéma- tique.	M ^{lle} CAUCHOIS... T	Chimie-Physique.
J. BOURCART... T	Géographie physique et Géologie dynamique.	THELLIER..... T	Physique du Globe
AUBEL..... T	Chimie biologique.	AUDUBERT..... T	Electrochimie.
M ^{me} JOLIOT-CURIE T	Physique générale et Radioactivité.	L'HÉRITIER..... T	Génétique.
PLANTEFOL..... T	Botanique.	GRIVET..... T	Radio-électricité.
CABANNES..... T	Recherches physiques.	PONCIN..... T	Mécanique des fluides.
GRASSÉ..... T	Evolution des êtres or- ganisés.	THIRY..... T	Mécanique appliquée.
PRÉVOST..... T	Chimie organique.	DUBREIL..... T	Mathématiques gé- nérales.
BOULIGAND..... T	Application de l'analyse à la géométrie.	QUELET..... T	Chimie (P. C. B.).
CHAUDRON..... T	Chimie appliquée.	CAGNIARD..... T	Géophysique appliquée.
WYART..... T	Minéralogie.	CHAMPETIER... T	Chimie appliquée.
TEISSIER..... T	Zoologie.	CUVILLIER..... T	Géologie structurale et Géologie appliquée.
MANGENOT..... T	Biologie végétale.	JUNG..... T	Pétrographie.
P. AUGER..... T	Physique quantique et relativité.	TRILLAT..... T	Physique (P. C. B.).
MONNIER..... T	Physiologie générale.	WIEMANN..... T	Chimie (P. C. B.).
PIVETEAU..... T	Géologie.	JACQUINOT..... T	Physique (P. C. B.).
HOCARD..... T	Physique.	VASSY..... T	Physique de l'atmosph.
H. CARTAN..... T	Mathématiques (E.N. Supérieure).	DESTOUCHES... T	Théories physiques.
SCHARFFER..... T	Physiologie des fonc- tions.	M. PRUVOST... T	Géologie.
LAFETTE..... T	Chimie générale.	AMEL..... T	Chimie (P. C. B.).
FAVARD..... T	Mécanique générale.	HOCART..... T	Minéralogie.
COULOMB..... T	Physique du Globe.	MACHEBOEUF... T	Microbiologie
M ^{lle} COUSIN..... T	Biologie animale (P. C. B.).	J.-P. MATHIEU... T	Physique (P. C. B.).
CHRISTEN..... T	Chimie minérale.	COUTEAUX..... T	Biologie animale (P. C. B.).
P. DRACH..... T	Zoologie.	MAY..... T	Biologie animale (P. C. B.).
		CHOQUET..... T	Calcul différentiel.
		FELDMANN..... T	Biologie (P. C. B.).
		GUINIER..... T	Physique (P. C. B.).
		JOST..... T	Biologie (P. C. B.).

Secrétaire..... CH. MONIER.



A LA MÉMOIRE

DE LÉON ET DE HENRI HOUPEURT



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552427_0036

Étude analogique de l'écoulement radial circulaire transitoire des gaz dans les milieux poreux

Application à l'étude des gisements de gaz naturel

INTRODUCTION

Les recherches concernant la Mécanique des Fluides dans les milieux poreux ont reçu une impulsion nouvelle le jour où l'Industrie du Pétrole s'y est intéressée. Faisant suite aux travaux des hydrauliciens, les travaux exécutés en vue de l'exploitation des gisements d'hydrocarbures ont en effet, d'ores et déjà, complété et précisé nos connaissances en la matière.

L'importance des études consacrées à l'écoulement des gaz dans les milieux poreux en regard de celles qui ont été consacrées à l'écoulement des liquides est à l'image de l'importance relative que les hommes attachent au gaz naturel et au pétrole.

Depuis vingt ans environ, les conditions d'écoulement du pétrole dans les gisements sont en effet l'objet de recherches ininterrompues et, à l'heure actuelle, il n'y a guère de problème présentant un intérêt pratique qui demeure sans solution. Une des plus remarquables réussites de l'effort ainsi consenti est sans conteste celle qui a permis l'utilisation des mouvements transitoires pour la détermination des caractéristiques des gisements d'huile.

On est très loin d'avoir acquis la même maîtrise dans les problèmes posés par l'écoulement des gaz. La raison déjà invoquée n'est pas seule responsable de cet état des choses : les difficultés mathématiques rencontrées sont en effet sans comparaison avec celles que présentent les problèmes relatifs à l'écoulement des liquides, comme nous le montrerons plus loin.

Or, nous avons en France de nombreuses raisons de nous intéresser au gaz naturel, et de vouloir améliorer, en particulier, notre technique d'essai des puits. Les méthodes que nous utilisons sont les mêmes que celles qu'on utilise dans le reste du monde, mais elles n'ont fait aucun progrès sensible depuis plus de quinze ans et sont onéreuses : toute étude de sonde à gaz commence en effet par le gaspillage de quelques millions de francs, dû à la production sur torche de plusieurs centaines de milliers de mètres cubes de gaz pendant les divers essais de débit.

Il y a là une économie à rechercher et c'est à sa réalisation que tend le présent travail.

*
* *

Le but que nous nous sommes proposé justifie l'objet de nos recherches et la méthode que nous avons choisie pour les conduire.

Nous nous sommes penché sur les mouvements transitoires parce que leur connaissance peut seule permettre d'éviter les pertes de matière inhérentes à l'établissement des mouvements pseudo-permanents ⁽¹⁾ sur lesquels sont actuellement basés les essais de production des sondages. En outre, toutes les caractéristiques du gisement interviennent durant les périodes d'écoulement transitoire, alors que certaines d'entre elles ne jouent plus de rôle en régime pseudo-permanent. On peut donc espérer obtenir des informations plus nombreuses en basant les essais sur les mouvements transitoires.

Nous avons, d'autre part, limité notre étude au cas de l'écoulement radial circulaire, parce que ce cas est celui qui se présente le plus généralement au pied des sondages, dans une zone étendue, pendant une durée plus ou moins prolongée. Géométriquement, en effet, une couche productrice se présente comme un solide ayant une épaisseur de quelques mètres, s'étendant suivant un plan de pendage quelconque sur plusieurs centaines de mètres dans tous les sens. Les sondages pénètrent en général la couche suivant toute son épaisseur, ont une direction verticale, un diamètre de quelques centimètres et sont implantés à plusieurs centaines de mètres les uns des autres et des limites latérales de la couche.

Si l'on tient compte de la faiblesse de l'action de la pesanteur en regard de celle des forces de pression, on peut admettre que le pendage de la couche productrice n'intervient pas de manière appréciable dans l'écoulement. Dans ces conditions, celui-ci est radial circulaire tout autour de la sonde dans la mesure où les limites latérales ne font pas sentir leur effet, et où les

conditions initiales de pression sont uniformes.

Nous avons dû enfin aborder l'étude qui nous occupe par voie analogique. En effet, on ne peut disposer dans un laboratoire d'un milieu poreux de dimensions suffisantes et de propriétés convenables pour pouvoir se livrer à une étude expérimentale valable et directe des écoulements transitoires ; pour que les phénomènes se déroulent dans le temps de manière observable, ce milieu devrait en effet présenter, d'une part une surface de plusieurs mètres carrés et d'autre part, une perméabilité faible et constante dans l'espace. Or, un milieu consolidé naturel ou artificiel de dimensions convenables pèserait plusieurs tonnes ; sa taille en carrière ou sa fabrication en usine, son transport et son arrivée à bon port présenteraient d'incontestables difficultés. D'un autre côté, un milieu, consolidé ou non, réalisé sur place de manière quelconque ne saurait satisfaire aux conditions exigées de la perméabilité. Enfin et surtout, réussirait-on, d'une manière ou d'une autre, à disposer d'un bloc de dimensions convenables, qu'on rencontrerait de grandes difficultés d'une part, pour rendre imperméables les parois devant limiter l'écoulement, sans altérer la perméabilité propre du milieu lui-même, et d'autre part, pour contrôler par des procédés non destructifs la constance des propriétés du milieu poreux en ses diverses parties.

Le présent exposé comporte six chapitres dans lesquels sont successivement présentés :

- les considérations analytiques se rapportant au problème de l'écoulement radial circulaire d'un gaz parfait ou réel dans un milieu poreux, suivant la loi de Darcy.
- les considérations analogiques qui ont permis la réalisation du modèle expérimental,
- les équipements de mesure utilisés,
- les résultats expérimentaux obtenus à pression de sortie constante pour un gaz parfait, s'écoulant suivant la loi de Darcy.
- les résultats expérimentaux concernant l'application du principe de superposition lors de variations imposées à la pression de sortie et les conclusions que l'on peut tirer de l'ensemble du travail en ce qui concerne les gaz parfaits,
- leur application à l'étude des gisements de gaz naturels.

(1) Ce qualificatif souligne le fait physiquement évident qu'un gisement ne repasse jamais deux fois par le même état et qu'il ne saurait s'y produire de mouvements strictement permanents. On obtient cependant dans les gisements suffisamment étendus des régimes très voisins de régimes permanents.

Considérations analytiques.

Nous allons établir l'équation aux dérivées partielles à laquelle doit satisfaire la solution de tout problème d'écoulement radial circulaire d'un gaz dans un milieu poreux.

Pour situer ce problème dans son cadre, nous établirons auparavant l'équation correspondante valable pour les liquides ; la chose est d'autant plus utile qu'au prix d'une approximation valable dans un certain domaine, la première de ces équations peut se ramener à la seconde, que l'on sait intégrer, alors que l'autre défie les moyens de l'analyse classique.

1, 1. — Équation aux dérivées partielles du mouvement d'un fluide homogène dans un milieu poreux.

La combinaison de l'équation de Darcy et de l'équation de continuité permet d'écrire l'équation aux dérivées partielles la plus générale à laquelle doit satisfaire la solution de tout problème d'écoulement isotherme d'un fluide homogène dans un milieu poreux sous l'effet des forces de pression.

ρ désignant la masse spécifique du fluide (gr/cm³),

η désignant la viscosité du fluide (poise),

k désignant la perméabilité du milieu poreux (perm),

ω désignant la porosité du milieu poreux (fraction),

P désignant la pression (baryes),

T désignant le temps (secondes),

on obtient :

$$\operatorname{div} \left(\rho \frac{k}{\eta} \operatorname{grad} P \right) = \frac{\partial(\omega \rho)}{\partial T} \quad (1,11)$$

S'il n'y a pas d'action physique ou chimique du fluide sur le milieu poreux et si celui-ci est indéformable, on peut considérer la perméabilité et la porosité du milieu comme des constantes pour un milieu donné et écrire :

$$\operatorname{div} \left(\frac{\rho}{\eta} \operatorname{grad} P \right) = \frac{\omega}{k} \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad (1,12).$$

Si l'on tient en outre pour négligeables les variations de la viscosité du fluide avec la pression, on obtiendra :

$$\operatorname{div} (\rho \operatorname{grad} P) = \frac{\omega \eta}{k} \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad (1,13)$$

1, 2. — Particularisation de l'équation pour les liquides dans le cas de l'écoulement radial circulaire.

L'équation d'état d'un liquide peut s'écrire :

$$\rho = \rho_0 e^{\beta(P - P_0)}$$

ρ_0 désignant la masse spécifique à la pression P_0 et à la température choisie,

β désignant la compressibilité constante du liquide.

On peut écrire d'ailleurs :

$$\rho = \lambda e^{\beta P} \quad (1,21)$$

en désignant par λ la quantité $\rho_0 e^{-\beta P_0}$.

Le groupe $\operatorname{div} (\rho \operatorname{grad} P)$ qui figure dans le premier membre de l'équation (1,13) peut s'écrire, x', y', z' , étant les coordonnées courantes :

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left(\rho \frac{\partial P}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left(\rho \frac{\partial P}{\partial y'} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \left(\rho \frac{\partial P}{\partial z'} \right)$$

mais

$$\rho \frac{\partial P}{\partial x'} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \rho}{\partial x'}$$

en sorte que

$$\operatorname{div} (\rho \operatorname{grad} P) = \frac{1}{\beta} \Delta \rho$$

L'équation (1,13) devient donc

$$\Delta \rho = \frac{\omega \eta \beta}{k} \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad (1,22)$$

Étant donné la faible valeur du coefficient de compressibilité, qui est de l'ordre de 10^{-4} 1/kg/cm², il est licite (1) d'autre part d'écrire, au lieu de l'équation (1,21)

$$\rho = \lambda (1 + \beta P)$$

ce qui permet d'écrire (1,22) sous la forme

$$\Delta P = \frac{\omega \eta \beta}{k} \frac{\partial P}{\partial T} \quad (1,23)$$

En se limitant au cas d'un écoulement radial circulaire, on obtient :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y'^2} - \frac{\omega \eta \beta}{k} \frac{\partial P}{\partial T}$$

(1) Voir ci-après le tableau du § 1,6.

et en utilisant les coordonnées polaires

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\omega \eta \beta}{k} \frac{\partial P}{\partial T} \quad (1,24)$$

r désignant la distance polaire.

Cette équation linéaire a été intégrée par divers auteurs, sous des formes diverses. La mieux adaptée aux problèmes d'essai des couches est celle qui a été fournie par MM. EVERDINGEN et HURST (2) en 1949. On trouvera en Annexe I un rappel des résultats des travaux de ces auteurs. Ces résultats seront utilisés par ailleurs pour apprécier, par comparaison avec les résultats expérimentaux que nous avons obtenus, la validité de l'approximation établie en ramenant l'équation du mouvement des gaz à la forme (1,24) (voir ci-après § 1,6).

1, 3. — Particularisation de l'équation pour les gaz dans le cas de l'écoulement radial circulaire.

Nous repartirons de l'équation :

$$\operatorname{div} \left(\frac{\rho}{\eta} \operatorname{grad} P \right) = \frac{\omega}{k} \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad (1,12)$$

supposant le milieu poreux homogène.

Nous avons à introduire dans cette équation la masse spécifique et la viscosité du gaz qui sont fonction de la pression et d'elle seulement puisque nous considérons un écoulement isotherme (1). Nous considérerons successivement le cas d'un gaz parfait et celui d'un gaz réel.

a) Cas d'un gaz parfait.

$$\text{Nous aurons ici } (2) \quad \rho = bP \quad (1,31)$$

$\eta = c^{\text{ste}}$ conformément à la théorie cinétique des gaz.

(1) Le caractère isotherme des écoulements dans les conditions de détente généralement réalisées dans les gisements de gaz (écart de quelques kilogrammes par centimètre carré entre pression d'équilibre et de marche) n'est guère discutable : les écoulements sont en effet relativement lents (quelques décimètres par seconde au plus) et l'extrême division de la masse de gaz en mouvement favorise son équilibre de température avec la roche. Des contrôles effectués dans certains sondages n'ont d'ailleurs permis de déceler aucune variation de température.

(2) On a $b = \frac{M}{R'\theta}$, M étant la masse moléculaire du gaz, R' la constante universelle des gaz et θ la température.

En portant la valeur de ρ tirée de l'équation (1,31) dans l'équation (1,12) on obtient :

$$\Delta P^2 = \frac{2\omega\eta}{k} \frac{\partial P}{\partial T} \quad (1,32)$$

On voit immédiatement d'où proviennent les difficultés analytiques déjà signalées : l'équation n'est pas linéaire.

En se limitant comme précédemment au cas d'un écoulement radial circulaire, et en utilisant les coordonnées polaires, on obtient :

$$\frac{\partial^2 P^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P^2}{\partial r} = \frac{2\omega\eta}{k} \frac{\partial P}{\partial T} \quad (1,33)$$

Soit P_0 une pression constante arbitraire et a le rayon du trou de sonde ; nous substituerons aux quantités P et r les quantités :

$$\begin{aligned} p &= \frac{P}{P_0} \text{ pression réduite} \\ x &= \frac{r}{a} \text{ distance réduite} \end{aligned}$$

L'équation (1,33) s'écrira alors :

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial p^2}{\partial x} = \frac{2\omega\eta a^2}{kP_0} \frac{\partial p}{\partial T}$$

Nous introduirons enfin le temps réduit t lié à T par

$$t = \frac{kP_0}{\omega\eta a^2} T$$

Cette substitution nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial T} &= \frac{\partial p}{\partial t} \frac{dt}{dT} \\ &= \frac{\partial p}{\partial t} \frac{kP_0}{\omega a^2 \eta} \end{aligned}$$

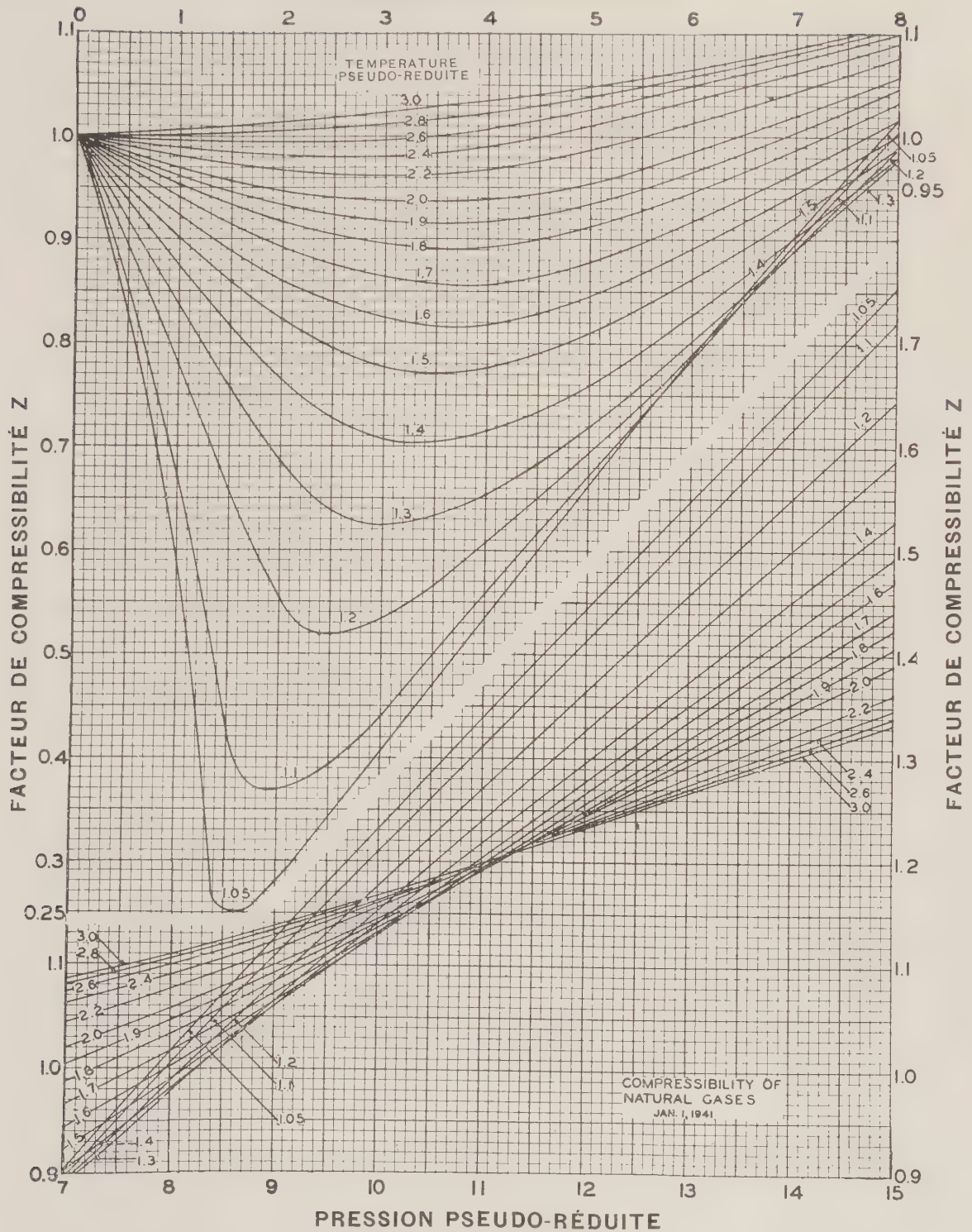
c'est-à-dire :

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial p^2}{\partial x} = 2 \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1,34)$$

Sous cette forme, l'équation ne comporte plus aucun paramètre du gisement ; nous dirons qu'elle est sous forme *réduite*.

b) Cas d'un gaz réel.

Le comportement des gaz réels s'écarte très sensiblement de celui des gaz parfaits. Il est commode de rapporter leur comportement à celui d'un gaz parfait de même masse moléculaire en introduisant dans leur équation d'état une fonc-



9

tion correctrice qui a reçu le nom de « facteur de compressibilité ». Z le désignera dans ce qui suit.

On écrira donc :

$$\rho = \frac{1}{Z} \frac{M}{R} \frac{P}{\theta}$$

Le diagramme donné par la figure 1,31 donne la valeur de Z pour les gaz naturels, en fonction de leur pression et de leur température réduite,

rier très rapidement avec la pression. C'est ainsi que le méthane, dont les constantes critiques sont $T_c = 191^\circ\text{K}$ et $P_c = 47 \text{ kg/cm}^2$, placé à 100 kg/cm^2 et 38°C , aura un facteur de compressibilité de 0,86 environ, ce qui correspond pour une variation de pression de 10 kg dans la gamme 1 à 100 kg à une variation relative du facteur de compressibilité de $\frac{1}{10}$ que l'on ne peut pas se permettre de négliger.

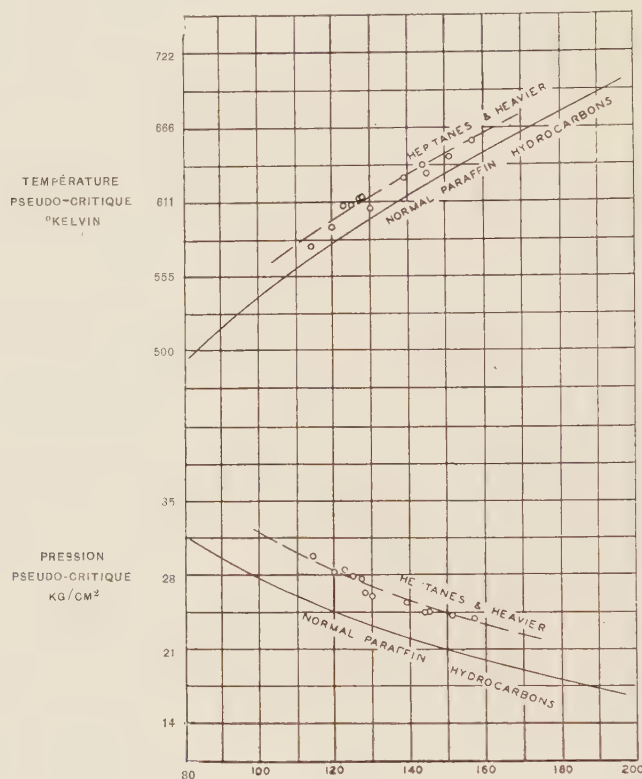


FIG. 1, 32. — Constantes pseudocritiques en fonction de la masse moléculaire.

Heptanes and heavier = Heptanes et homologues supérieurs.

Normal paraffin hydrocarbons = Paraffines normales.

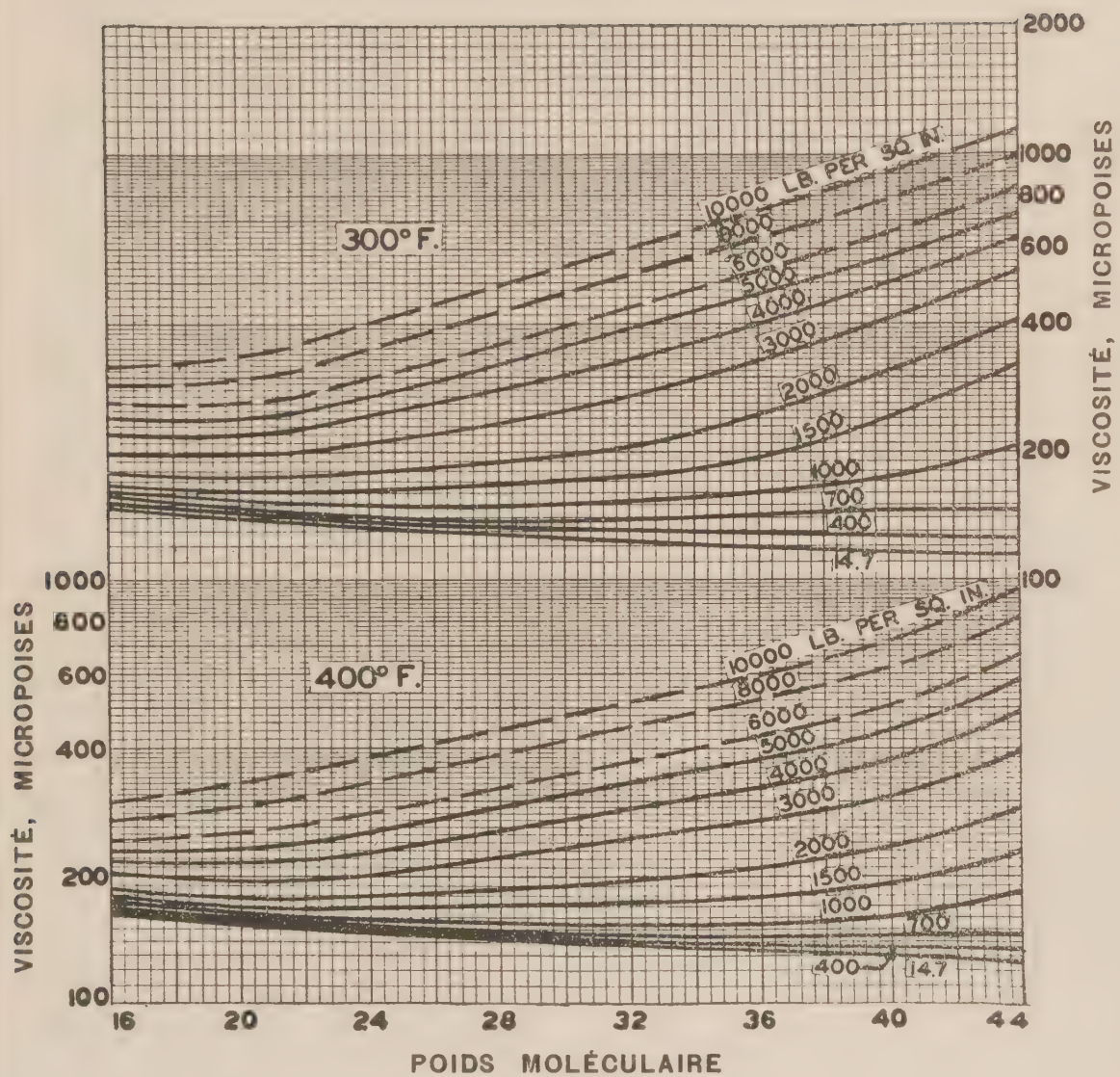
(D'après STANDING et KATZ).

au sens de la loi des états correspondants, et la figure 1, 32 donne le moyen de calculer leurs constantes pseudocritiques en fonction de leur composition et de la masse moléculaire moyenne de leur fraction lourde (1). Il est visible qu'en particulier dans les gisements situés à faible profondeur, on peut trouver du gaz naturel à une température réduite faible, et qu'en conséquence le facteur de compressibilité d'un tel gaz peut va-

La viscosité des gaz naturels varie de son côté avec la pression, de manière sensible : la figure 1, 33 représente cette variation en fonction de la pression, et de la masse moléculaire pour les températures de 60, 100, 200 et 300°F (1) : on peut y remarquer par exemple que de la pression atmosphérique à 700 kg/cm^2 , la viscosité du méthane ($M = 16$) qui varie de 0,012 à 0,036 centipoises

(1) D'après STANDING et KATZ, *Trans. A. I. M. E.*, 1942

(1) Ces températures correspondent respectivement à 15,5, 37,7, 93,3 et 149°C .



est multipliée par 3. Une variation de pression de 10 kg/cm² entraîne une variation absolue de la viscosité $\Delta\eta$ de l'ordre de $3,5 \cdot 10^{-4}$ centipoises et une variation relative de $\frac{1}{100}$ (1).

La comparaison de la variation de la viscosité avec celle du facteur de compressibilité nous permet de considérer la première comme négligeable devant la seconde.

Étant donné la forme des courbes représentatives du facteur de compressibilité avec la pression, on pourra toujours représenter ce facteur par une expression de la forme :

$$Z = 1 - B_1 P - B_2 P^2 \quad (1,35)$$

B_1 et B_2 étant des constantes (positives ou négatives) ce qui revient à dire que la masse spécifique pourra être représentée par une fonction de la forme :

$$\rho = b_0 P + b_1 P^2 + b_2 P^3 + \dots \quad (1,36)$$

b_2, b_3, b_i étant des constantes (positives ou négatives).

Si l'on porte cette valeur de ρ dans l'équation 1, 13 on obtient :

$$\text{div} [(\sum b_i P^i) \text{grad } P] = \frac{\omega \eta}{k} \frac{\partial \sum b_i P^i}{\partial T} \quad (1,37)$$

Mais

$$(\sum b_i P^i) \text{grad } P = \text{grad } \sum \frac{b_i P^{i+1}}{i+1}$$

et l'équation (1,37) s'écrit :

$$\Delta \left(\sum \frac{b_i P^{i+1}}{i+1} \right) = \frac{\omega \eta}{k} \frac{\partial (\sum b_i P^i)}{\partial T} \quad (1,38)$$

Cette équation se réduit évidemment à l'équation (1,32) si on prend tous les b_i nuls sauf le premier. Nous ne l'écrirons pas sous forme développée car elle ne nous serait d'aucune utilité ici : nous y reviendrons par contre en traitant de l'écoulement permanent des gaz réels.

1, 4. — Particularisation du problème d'écoulement intéressant les sondages.

Nous avons exposé, dans l'introduction qui précède le présent chapitre, que l'écoulement dans les sondages pouvait valablement être considéré comme radial circulaire pendant un

temps plus ou moins prolongé et dans une zone plus ou moins étendue.

Il nous reste à préciser les conditions initiales et aux limites qui prévalent lors de l'essai des puits.

Lorsque la sonde est forcée, le gisement est le siège d'une pression P_0 constante en tous ses points. A un instant que nous choisirons comme origine des temps, on met la couche en communication avec l'atmosphère par l'intermédiaire de la sonde. Il règne une pression constante à la décharge du gaz (c'est la pression atmosphérique tant qu'un réseau de distribution n'a pas été installé), mais on intercale entre la décharge et la tête du sondage des orifices calibrés variables au gré de l'opérateur.

Il résulte de l'existence de ces installations que l'on opère les essais, ni à débit constant, ni à pression constante au droit de la couche. Grâce à des manomètres de fond spécialement conçus, nous pouvons toutefois connaître la pression en ce lieu au cours des essais, en sorte que l'on peut considérer qu'on impose à la couche une pression sur la paroi du trou de sonde variable avec le temps, d'une manière continue, et qu'on obtient dans ces conditions un débit déterminé. Cette manière de voir sera encore valable lorsqu'on procédera à des essais par fermeture de la sonde en surface : la pression dans la sonde variera avec le temps d'une manière qui dépend, en particulier, des dimensions du sondage, et le débit de la couche sera considéré comme déterminé par la variation de pression constatée. La logique veut donc que nous étudions le débit de la couche en fonction du temps pour une pression de sortie constante, et que nous essayions ensuite de connaître l'effet d'une variation de la pression de sortie sur le débit : dans le cas des écoulements liquides, ce dernier point est aisément atteint par application du principe de superposition et nous aurons à observer dans quelle mesure ce principe demeure applicable dans le cas des écoulements gazeux.

Le problème fondamental est donc caractérisé par les conditions aux limites et initiales :

$$\begin{aligned} p &= 1 \text{ pour } t = 0 \text{ quel que soit } x \neq 1, \\ p &= p_a \text{ pour } x = 1 \text{ quel que soit } t. \end{aligned}$$

1, 5. — Solution de l'équation aux dérivées partielles pour les débits permanents.

La forme des équations (1,34) et (1,37) nous interdit d'espérer former la solution correspondant au problème particulier défini au para-

(1) D'après BICHER et KATZ, *Trans. A. I. M. E.*, 1944.

graphe précédent, mais il nous sera commode de disposer de la solution correspondant aux mouvements permanents.

Nous distinguerons comme précédemment le cas des gaz parfaits et celui des gaz réels.

a) Mouvement permanent des gaz parfaits.

L'équation (1,34) se réduit pour les mouvements permanents, à :

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial p^2}{\partial x} = 0 \quad (1,51)$$

dont la solution générale est :

$$p^2 = A_1 Lx + A_2.$$

S'il règne une pression réduite constante p_x à la distance réduite $X = \frac{R}{a}$ du trou de sonde et une pression réduite constante p_a sur la paroi du trou de sonde, on a :

$$p_x^2 = p_a^2 + \frac{p_x^2 - p_a^2}{LX} Lx$$

soit, en revenant aux pressions et distances réelles,

$$P_r^2 = P_a^2 + \frac{P_R^2 - P_a^2}{L \frac{R}{a}} L \frac{r}{a}.$$

Le débit de la couche dans ces conditions est donné par la formule de Darcy

$$Q = \frac{s \cdot k}{\eta} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r=a}$$

soit :

$$Q = \frac{2 \pi a h k}{\eta} \frac{1}{2 P_a} \left(\frac{\partial P^2}{\partial r} \right)_{r=a}$$

Comme

$$\left(\frac{\partial P^2}{\partial r} \right)_{r=a} = \frac{P_R^2 - P_a^2}{L \frac{R}{a}} \frac{1}{a}$$

on a :

$$Q = \frac{2 \pi h k}{\eta} \cdot \frac{1}{2 P_a} \frac{P_R^2 - P_a^2}{L \frac{R}{a}} \quad (1,53)$$

Le débit Q est compté volumétriquement dans les conditions de pression P_a .

Le débit massique Q_m est, compte tenu de l'équation (1,31)

$$\begin{aligned} Q_m &= Q \rho \\ &= Q b P_a \end{aligned}$$

soit :

$$Q_m = \frac{\pi h k}{\eta} b \frac{P_R^2 - P_a^2}{L \frac{R}{a}}. \quad (1,54)$$

On retrouve ici la proportionnalité du débit et de la différence des carrés des pressions qui a été maintes fois vérifiée pour les tubes capillaires.

b) Mouvements permanents des gaz réels.

L'équation (1,38), amputée de son second membre s'écrit :

$$\Delta \Sigma \frac{b_i}{i+1} P^{i+1} = 0 \quad (1,55)$$

Nous désignerons la quantité $\Sigma \frac{b_i}{i+1} P^{i+1}$ par U et nous aurons successivement :

$$\Delta U = 0$$

puis en coordonnées polaires

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} = 0$$

et comme précédemment, avec les mêmes notations :

$$U_r = U_a + \frac{U_R - U_a}{L \frac{R}{a}} L \frac{r}{a}$$

Le débit de la couche (compté volumétriquement dans les conditions de sortie) est donc :

$$Q = \frac{s k}{\eta} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r=a}$$

Or, on a ici :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=a} \equiv \frac{U_R - U_a}{L \frac{R}{a}} \frac{1}{a}$$

et :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=a} = (\Sigma b_i P^i) \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r=a}$$

On en déduit :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial r}\right)_{r=a} = \frac{1}{a} \frac{U_R - U_a}{L \frac{R}{a}} \frac{1}{\Sigma b_i P_a^i}$$

Le débit est donc :

$$Q = \frac{2\pi a h k}{\eta} \frac{1}{a} \frac{U_R - U_a}{L \frac{R}{a}} \frac{1}{\rho_a}$$

et le débit massique :

$$Q_m = \frac{2\pi h k}{\eta} \frac{U_R - U_a}{L \frac{R}{a}}$$

Mais

$$U_R - U_a = \Sigma \frac{b_i}{i+1} (P_R^{i+1} - P_a^{i+1})$$

en sorte que :

$$Q_m = \frac{2\pi h k}{\eta} \frac{1}{L \frac{R}{a}} \Sigma \frac{b_i}{i+1} (P_R^{i+1} - P_a^{i+1}) \quad (1,56)$$

La somme Σ considérée comme fonction de P_a peut être représentée par une expression de la forme $b (P_R^2 - P_a^2)^n$, b étant la quantité précédemment définie $\frac{M}{R^2 \theta}$ et n étant un exposant constant, dans une gamme de variation de P_a répondant aux conditions existant dans la pratique de l'exploitation des gisements de gaz.

Cette manière de faire a l'avantage de permettre une comparaison facile avec l'écoulement dans le cas des gaz parfaits et c'est d'ailleurs ainsi que sont présentés les résultats de chantier,

du facteur de compressibilité avec la pression, représentable par

$$Z = 1 - \frac{0,35}{70} P \\ = 1 - 5.10^{-3} P$$

P étant exprimé en kg/cm^2 .

On a d'autre part :

$$b = \frac{21}{8,315 \cdot 10^7 \cdot 303} \text{ en c.g. s.}$$

c'est-à-dire, toujours en c. g. s. sauf pour la pression

$$\rho = \frac{21 \cdot 0,981 \cdot 10^6 P}{8,315 \cdot 10^7 \cdot 303} \cdot \frac{1}{1 - 5.10^{-3} P} \\ = 0,82 \cdot 10^{-3} \frac{P}{1 - 5.10^{-3} P}$$

La pression n'excédant pas 30 kg au cours des essais, il est licite d'écrire :

$$\frac{1}{1 - 5.10^{-3} P} = 1 + 5.10^{-3} P + 25.10^{-6} P^2$$

(pour $P = 30$, le premier membre est égal à 1,176, le second à 1,172).

On aura donc pratiquement en exprimant P en kg/cm^2

$$\rho = 0,82 \cdot 10^{-3} (P + 5.10^{-3} P^2 + 25.10^{-6} P^3)$$

c'est-à-dire :

$$b = b_1 = 0,82 \cdot 10^{-3} \\ b_2 = 0,82 \cdot 10^{-3} \times 5.10^{-3} \\ b_3 = 0,82 \cdot 10^{-3} \times 25.10^{-6}.$$

On a :

$$2 \Sigma \frac{b_i}{i+1} (P_R^{i+1} - P_a^{i+1}) = 2 \cdot 0,82 \cdot 10^{-3} \left[\frac{P_R^2 - P_a^2}{2} + 5.10^{-3} \frac{P_R^3 - P_a^3}{3} + 25.10^{-6} \frac{P_R^4 - P_a^4}{4} \right].$$

à la suite du tracé sur papier logarithmique de la relation existant entre Q et $(P_R^2 - P_a^2)$. Nous justifierons ici par un exemple la transformation :

$$2 \Sigma \frac{b_i}{i+1} (P_R^{i+1} - P_a^{i+1}) \equiv b (P_R^2 - P_a^2)^n \quad (1,57)$$

Nous prendrons le cas d'un gaz se trouvant à une température réduite $T_e = 1, 2$ et dans la gamme de pression réduite de 0 à 2, avec une pression critique de 46 kg/cm^2 .

On a ici une variation pratiquement linéaire

On a pris $P_R = 30 \text{ kg/cm}^2$ et pour P_a les valeurs successives 20, 22, 24, 26, 28 kg/cm^2 .

Le tableau 1,51 donne la valeur du deuxième membre (divisé par $0,82 \cdot 10^{-3}$), la valeur de $P_R^2 - P_a^2$ et celle de l'exposant n convenable pour que l'on ait satisfait à l'équation 1,57.

On remarquera que l'on aurait obtenu un exposant n inférieur à 1 si l'on s'était placé dans des conditions telles que

$$\frac{\partial Z}{\partial P} \text{ soit positif.}$$

TABEAU I, 51.

P_a	$P_R^2 - P_a^2$	$2 [\quad]$	$\log 2 [\quad]$	$\log(P_R^2 - P_a^2)$	n
28	116	131,4	2,11860	2,06446	1,027
26	224	258,0	2,41162	2,35025	1,026
24	324	374,0	2,57287	2,51055	1,025
22	416	477,7	2,67916	2,61909	1,024
20	500	571,4	2,75694	2,69897	1,023

Nous concluerons donc que l'écoulement permanent d'un gaz réel obéira à une équation de la forme :

$$Q = \frac{\pi h k b}{\eta} \frac{1}{L} \frac{R}{a} (P_R^2 - P_a^2)^n \quad (I, 58)$$

avec n inférieur ou supérieur à 1 et c'est d'ailleurs ce que l'on constate dans les cas réels.

Ce qui précède ne signifie d'ailleurs pas que le fait maintes fois constaté que n est différent de 1 ne tienne qu'à la déviation du comportement des gaz réels en regard des gaz parfaits. Nous reviendrons d'ailleurs sur ce sujet au chapitre VI.

1, 6. — Approximation permettant de ramener le problème à satisfaire à une équation aux dérivées partielles linéaire dans le cas d'un gaz parfait.

Nous repartirons de l'équation (I, 11) et substituerons à l'équation d'état (I, 31) $p = bP$ une équation d'état de forme analogue à celle des liquides. Ceci peut se faire en écrivant :

$$P = P_0 - \varpi$$

ϖ étant l'écart supposé faible de la pression initiale P_0 et de la pression courante P .

On peut écrire :

$$\begin{aligned} \rho &= b (P_0 - \varpi) \\ &= b P_0 \left(1 - \frac{\varpi}{P_0} \right) \end{aligned} \quad (I, 61)$$

On peut ensuite faire l'approximation

$$1 - \frac{\varpi}{P_0} \approx e^{-\frac{\varpi}{P_0}}$$

en négligeant les termes suivants du développement de l'exponentielle.

Nous obtenons ainsi une équation analogue à (I, 22)

$$\Delta \rho = \frac{\omega \eta}{k P_0} \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad (I, 62)$$

dans laquelle le rôle de la compressibilité du liquide β est tenu par $\frac{1}{P_0}$.

La liaison de ρ et de ϖ étant strictement linéaire, nous pouvons écrire, de manière rigoureuse, à partir de (I, 62)

$$\Delta \varpi = \frac{\omega \eta}{k P_0} \frac{\partial \varpi}{\partial T}$$

c'est-à-dire, en définitive, dans le cas particulier qui nous intéresse :

$$\frac{\partial^2 \varpi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varpi}{\partial r} = \frac{\omega \eta}{k P_0} \frac{\partial \varpi}{\partial T} \quad (I, 63)$$

Le tableau ci-après donnant les valeurs de $1 - \frac{\varpi}{P_0}$ et de $e^{-\frac{\varpi}{P_0}}$ montre les écarts de ces deux expressions.

Il est visible que l'équation d'état du gaz est représentée par l'exponentielle avec une bonne approximation tant que le rapport ϖ/P_0 est inférieur ou égal à 0,10.

On peut donc s'attendre à ce que, dans cette limite, l'approximation de l'intégrale tirée de l'équation (I, 63) soit bonne.

TABEAU I, 61

Valeurs comparées de l'exponentielle et des deux premiers termes de son développement.

$\frac{\varpi}{P_0}$	$1 - \frac{\varpi}{P_0}$	$e^{-\frac{\varpi}{P_0}}$	$e^{-\frac{\varpi}{P_0}} - \left(1 - \frac{\varpi}{P_0} \right)$
0,01	0,990000	0,990050	0,000050
0,02	0,98	0,980199	0,000200
0,03	0,97	0,970446	0,000400
0,04	0,96	0,960789	0,000800
0,05	0,95	0,951229	0,001200
0,06	0,94	0,941765	0,001800
0,07	0,93	0,932374	0,002000
0,08	0,92	0,923116	0,003000
0,09	0,91	0,913931	0,004000
0,10	0,90	0,904837	0,005000
0,15	0,85	0,860708	0,011000
0,20	0,80	0,818731	0,019000
0,25	0,75	0,778801	0,030000

CHAPITRE II

Considérations analogiques.

Nous allons d'abord souligner l'analogie de l'équation de Poiseuille et de l'équation de Darcy, écrite pour des gaz parfaits.

Nous établirons ensuite la structure d'un élément artificiel capable de représenter un élément de milieu poreux en écoulement parallèle permanent ou transitoire pour de tels gaz.

Nous étudierons ensuite les conditions auxquelles doit satisfaire le découpage d'un milieu poreux destiné à être le siège d'écoulements radiaux circulaires, pour qu'on puisse considérer, dans chacune des fractions, l'écoulement comme parallèle.

Nous concluerons en établissant la structure d'ensemble du modèle analogique que nous avons utilisé.

2, 1. — Analogie de l'équation de Poiseuille et de l'équation de Darcy.

A l'égard de la circulation des fluides, un milieu poreux est caractérisé par sa porosité et sa perméabilité. Dans tout ce qui suit, nous supposerons le milieu poreux homogène et isotrope, en sorte que sa porosité et sa perméabilité sont constantes en tous les points de l'espace, la perméabilité étant en outre la même dans toutes les directions.

La circulation des fluides obéit à la loi de Darcy. Celle-ci sous sa forme infinitésimale exprime que le débit Q d'un fluide de viscosité η compté volumétriquement à la pression moyenne d'une tranche infiniment mince de section s et d'épaisseur dl capable de passer à travers cette tranche sous l'effet d'une différence de pression dP est donné par la relation :

$$Q = \frac{sk}{\eta} \frac{dP}{dl} \quad (2,11)$$

Le débit massique est donné par :

$$Q_m = \frac{sk}{\eta} \rho(P) \frac{dP}{dl} \quad (2,12)$$

De son côté, la loi de Poiseuille donne, pour l'écoulement d'un fluide à travers un capillaire de rayon c :

$$Q = \pi \frac{c^4}{8\eta} \frac{dP}{dl} \quad (2,13)$$

le débit étant compté volumétriquement comme précédemment, et

$$Q_m = \frac{\pi c^4}{8\eta} \rho(P) \frac{dP}{dl} \quad (2,14)$$

s'il est compté en masse.

Ces équations sont valables pour des tranches ou des capillaires d'épaisseur ou de longueur infinitésimale.

Considérons maintenant un parallélépipède rectangle de milieu poreux, de longueur L et de section transversale S (perpendiculairement à la direction de la longueur) parcouru par un gaz de viscosité η , suivant cette dernière direction, en régime permanent, sous l'effet des pressions extrêmes P_1 et P_2 . L'intégration de (2,12), dans laquelle Q_m est constant nous amène à :

$$Q_m = \frac{Sk}{\eta} \frac{b}{2} \frac{P_2^2 - P_1^2}{L} \quad (2,15)$$

Considérons, d'autre part, un capillaire de longueur l dont les extrémités sont soumises aux mêmes pressions P_1 et P_2 , l'intégration de (2,22) nous conduit de son côté à :

$$Q = \pi \frac{c^4}{8} \frac{1}{\eta} \frac{b}{2} \frac{P_2^2 - P_1^2}{l} \quad (2,16)$$

Il n'y a pas lieu de souligner ici qu'on est en régime permanent : l'exiguïté du tube permet, en effet, de considérer comme nul le volume intéressé par la variation de pression qui a lieu, en chaque point, lors du démarrage de l'écoulement ; ceci revient à dire que le régime permanent s'établit d'une manière instantanée. L'analogie des équations (2,15) et (2,16) est évidente. Le groupe $\pi c^4/8l$ de la seconde joue le rôle du groupe Sk/L de la première.

Nous pouvons donc reproduire les pertes de charges dues au milieu poreux en utilisant un tube capillaire pour tous les cas de mouvements permanents laminaires.

Le désir de représenter des écoulements transitoires, nous oblige à étudier maintenant la manière de représenter la porosité du milieu du poreux.

Le parallélépipède de milieu poreux considéré ci-dessus a un certain volume de pores V_p :

$$V_p = S.L.\omega$$

En écoulement permanent et parallèle, la pression varie paraboliquement avec la distance r :

$$P^2 = P_1^2 + \frac{2\eta Q_m}{S k b} r \quad (2,17)$$

ou

$$P^2 = P_1^2 + \frac{P_2^2 - P_1^2}{L} r$$

La masse de gaz contenue dans ce parallélépipède est :

$$\begin{aligned} m &= \int_{r=0}^{r=L} S \omega b P dr \\ &= \frac{2}{3} S \omega b L \frac{P_2^3 - P_1^3}{P_2^2 - P_1^2} \end{aligned}$$

mais on peut écrire :

$$\begin{aligned} P_2 &= P_m + \varpi \\ P_1 &= P_m - \varpi \end{aligned}$$

en désignant par P_m la quantité $\frac{P_1 + P_2}{2}$ et par

$$\varpi, \frac{P_2 - P_1}{2}.$$

On peut alors écrire

$$m = \frac{2}{3} \frac{S \omega b L}{4 \varpi P_m} (6 \varpi P_m^2 + \varpi^3) \quad (2,18)$$

En négligeant ϖ^2 devant $6 P_m^2$ on aura

$$m = S \omega b L \frac{P_1 + P_2}{2}.$$

Or, il suffit que ϖ soit inférieur à $\frac{6}{100}$ de P_m pour que l'erreur relative soit inférieure à $\frac{1}{1.000}$ et à $\frac{25}{100}$ de P_m pour qu'elle soit encore inférieure à $\frac{1}{100}$.

On peut donc dire que la masse de gaz présente dans ce parallélépipède est égale à celle qui serait contenue dans deux capacités égales, ayant pour volume la moitié du volume des pores du parallélépipède et soumise l'une à la pression amont, l'autre à la pression aval.

$$m = \frac{SL}{2} \omega \cdot b P_1 + \frac{SL}{2} \omega b P_2$$

Ce qui précède suggère de remplacer le parallélépipède de milieu poreux par un élément artificiel composé de deux capacités ayant chacune pour volume la moitié du volume des

pores du parallélépipède, reliées par un capillaire tel que :

$$\frac{\pi c^4}{8l} = \frac{kS}{L} \quad (2,19)$$

2, 2. — Principe de constitution du modèle analogique.

Nous aurons réalisé ainsi un élément artificiel ayant le même volume de pores et donnant la même perte de charge que le parallélépipède, contenant en régime permanent une quantité de gaz très voisine de celle que contiendrait le milieu poreux, sous réserve que la chute de pression à travers le capillaire soit petite en regard des pressions absolues régnant à ses extrémités.

Étant donné la constitution de cet élément dans lequel la porosité ne se trouve pas répartie, il ne pourrait toutefois être le siège que de mouvements permanents, mais un assemblage en série d'éléments du même type, qui comprendra des capacités séparées par des capillaires, pourra connaître des mouvements transitoires. Le système analogique capable de représenter les états transitoires dans le parallélépipède déjà considéré s'obtiendra donc en découpant le parallélépipède en tranches, en bâtissant les éléments artificiels correspondant à chacune de ces tranches, et en les plaçant en série. Il va de soi que plus les tranches seront nombreuses et meilleure sera l'approximation, ce qui tient au fait que la porosité se trouvera ainsi répartie d'une manière d'autant plus voisine de ce qui existe dans le milieu poreux. L'augmentation du nombre des tranches réduisant d'ailleurs la variation de pression dont chacune d'elles est le siège, la validité de l'équation (2,18) s'en trouvera par ailleurs accrue.

On conçoit donc qu'il soit parfaitement possible de substituer à un bloc de milieu poreux parcouru en écoulement parallèle un système analogique, construit comme il vient d'être exposé, qui soit apte à représenter avec un degré d'approximation aussi grand qu'on le désire, les écoulements permanents et transitoires dont il peut être le siège.

2, 3. — Extension de l'analogie aux écoulements radiaux circulaires.

Considérons maintenant un solide constitué par le milieu poreux limité par deux plans horizontaux, deux plans verticaux faisant un petit angle α et deux cylindres de rayon r_n et r_{n+1} à base circulaire, dont les centres soient sur la

droite commune aux deux plans verticaux, c'est-à-dire un élément limité par deux surfaces de courant et deux surfaces équipotentielles (fig. 2,31). Cet élément de milieu poreux est supposé parcouru par un écoulement radial.

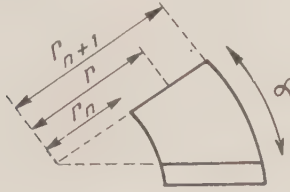


FIG. 2,31.

L'inégalité des sections d'entrée et de sortie fait que l'écoulement n'est pas parallèle. Cependant, si les sections ne sont pas trop différentes, on pourra approximativement considérer l'écoulement comme parallèle. En effet, le débit permanent qui peut passer à travers l'élément est aisé à calculer : L'équation (2,12) compte tenu de l'équation d'état $\rho = bP$ et de ce que la section de passage s est à la distance r :

$$s = r \alpha h$$

peut s'écrire

$$Q_m = \frac{r \alpha h k}{\eta} b P \frac{dP}{dr}$$

soit :

$$Q_m = \frac{\alpha h k}{\eta} \frac{b}{2} \frac{P_2^2 - P_1^2}{L \frac{r_{n+1}}{r_n}} \quad (2,31)$$

Introduisons le rayon $r_m = \frac{r_n + r_{n+1}}{2}$

on a :

$$r_n = r_m - \frac{r_{n+1} - r_n}{2}$$

$$r_{n+1} = r_m + \frac{r_{n+1} - r_n}{2}$$

donc :

$$\frac{r_{n+1}}{r_n} = \frac{1 + u}{1 - u}$$

en posant :

$$u = \frac{r_{n+1} - r_n}{2 r_m}$$

c'est-à-dire :

$$u = \frac{r_{n+1} - r_n}{r_{n+1} + r_n}$$

mais alors :

$$L \frac{r_{n+1}}{r_n} = L (1 + u) - L (1 - u)$$

si u est suffisamment petit, on a :

$$\begin{aligned} L (1 + u) &= u \\ L (1 - u) &= -u \end{aligned}$$

et

$$L \frac{r_{n+1}}{r_n} = 2u = \frac{r_{n+1} - r_n}{r_n}$$

et l'équation (2,31) s'écrit alors :

$$Q_m = \frac{\alpha r_m h k b}{\eta} \frac{1}{2} \frac{P_{n+1}^2 - P_n^2}{r_{n+1} - r_n} \quad (2,32)$$

qui exprime le débit que peut donner, toutes choses égales d'ailleurs, un bloc parallélépipédique de section $a \alpha r_m h$ et de longueur $r_{n+1} - r_n$.

On a donc :

$$Q_m = \frac{2 \pi h k b}{\eta} \frac{1}{2} \frac{P_{n+1}^2 - P_n^2}{2u} \quad [2,33]$$

dans le cas d'un gisement circulaire.

Le tableau ci-après indique dans quelle mesure on peut confondre $L \frac{1+u}{1-u}$ avec $2u$.

TABLEAU 2,31

Valeurs comparées de $L \frac{1+u}{1-u}$ et de $2u$
pour diverses valeurs de u

u	$L \frac{1+u}{1-u}$	$2u$	$\frac{L \frac{1+u}{1-u} - 2u}{L \frac{1+u}{1-u}}$
0,05	0,1000936	0,1	0,9 10 ⁻³
0,10	0,2006707	0,2	3,3 10 ⁻³
0,15	0,3022840	0,3	2,3 10 ⁻²

Il est visible que si u est inférieur ou égal à 0,10, l'erreur relative obtenue sur les débits en traitant le bloc comme parallélépipédique est inférieure à 1 %. L'écriture (2,32) montre en outre que la valeur de α n'intervient pas, ce qui était physiquement évident d'ailleurs.

Nous pouvons penser que l'approximation obtenue dans le cas des écoulements permanents est encore valable pour les mouvements transitoires.

2, 4. — Constitution du modèle analogique.

Nous désirons constituer un modèle analogique correspondant à un milieu poreux ayant les caractéristiques indiquées ci-dessous :

- forme cylindrique droite à base circulaire,
- rayon du trou de sonde $a =$ environ 1 cm,
- rayon extérieur..... R supérieur à 2m
- épaisseur..... $h = 10$ cm,
- porosité..... $\omega = 0,10$,
- perméabilité..... $k = 25$ mdcy environ

capable de représenter les pressions vraies de l'écoulement radial circulaire avec une erreur inférieure à $\frac{1}{100}$ en écoulement permanent et les masses en place dans cet écoulement avec une erreur inférieure à $\frac{1}{1000}$.

1° Étude du découpage.

Compte tenu de l'écart sur les pressions admis en régime permanent, nous choisirons $u = 0,10$, en sorte que pour chacun des anneaux successifs, on aura :

$$\frac{r_{n+1} - r_n}{2 r_n} = 0,10$$

c'est-à-dire :

$$\frac{r_{n+1} - r_n}{r_{n+1} + r_n} = 0,10$$

ou

$$r_{n+1} = r_n \frac{1,1}{0,9} \quad (2,41)$$

Si nous appelons a le rayon du trou de sonde, le premier rayon du découpage sera :

$$r_1 = a \frac{1,1}{0,9}$$

le deuxième :

$$r_2 = r_1 \frac{1,1}{0,9} = a \left(\frac{1,1}{0,9} \right)^2$$

le n^e

$$r_n = a \left(\frac{1,1}{0,9} \right)^n$$

Le volume des vides de l'élément de milieu poreux compris entre les rayons r_{n+1} et r_n sera

$$V_{n+1/n} = \pi a^2 \left(\frac{1,1}{0,9} \right)^{2n} \left[\left(\frac{1,1}{0,9} \right)^2 - 1 \right] h \omega$$

$$\pi \frac{r_n^2}{a^2} \frac{40}{81} h \omega a^2$$

$$= 1,551 \frac{r_n^2}{a^2} h \omega a^2 \quad (2,42)$$

Nous choisirons $a = 0,803$ cm de manière que h étant égal à 10 cm et ω à 0,10 on ait :

$$1,551 h \omega a^2 = 1 \quad (2,43)$$

On aura alors

$$V_{n+1/n} = \frac{r_n^2}{a^2}$$

Le tableau 2,41 donne les rayons successifs du découpage, les volumes compris entre deux rayons successifs et la somme de deux demi-volumes successifs qui, reliés sans perte de charge, constitueront un « compartiment » du modèle. Une deuxième colonne indique, en prenant le rayon du trou de sonde comme unité, la distance à laquelle se rapporte la pression enregistrée au manomètre lié à ce compartiment ; c'est évidemment la distance égale au rayon commun des deux éléments contigus. Le dernier compartiment existant est le n° 27.

Les masses en place dans chacun des compartiments seront égales à celles qui seraient en place dans le milieu poreux à moins de $\frac{1}{1000}$ près, sous réserve que les chutes de pression soient suffisamment faibles par rapport à la pression absolue, ce qui fournit une première limite d'emploi du modèle.

2° Réalisation de la perméabilité.

a) *Considérations théoriques dictant le choix des capillaires.*

L'équation (2,19) précédemment établie relie les dimensions du capillaire destiné à fournir la perte de charge d'un élément et les caractéristiques de cet élément

$$\frac{\pi c^4}{8 l} = \frac{k S}{L} \quad (2,19)$$

Considérons l'élément limité par les rayons r_n et r_{n+1}

La section S qui intervient dans l'équation (2,19) est la section

$$S = 2 \pi r_n h$$

et la longueur L qui intervient est la longueur

$$L = r_{n+1} - r_n$$

ainsi qu'il résulte de l'équation (2,32)

$$\text{Or} \quad S = 2 \frac{r_{n+1} + r_n}{2} \pi h$$

DANS LES MILIEUX POREUX

TABEAU 2, 41.

Constitution du modèle analogique.

RAYONS (1) SUCCESSIFS	VOLUMES (2) SUCCESSIFS DES ÉLÉMENTS	N° DES COMPARTIM.	VOLUME DES COMPARTIM. CM ³	DISTANCE A LAQUELLE SE RAPPORTE LA PRES. DANS LE COMPARTIMENT (1)
1,000	1,000	1	1,25	1,220
1,222	1,494	2	1,86	1,494
1,494	2,231	3	2,78	1,825
1,825	3,333	4	4,15	2,231
2,231	4,980	5	6,22	2,728
2,728	7,439	6	9,27	3,333
3,333	19,112	7	13,88	4,074
4,074	16,600	8	20,70	4,980
4,980	24,800	9	30,92	6,086
6,086	37,040	10	46,19	7,439
7,439	55,335	11	69	9,092
9,092	82,660	12	103	11,112
11,112	123,500	13	154	13,581
13,581	184,600	14	230	16,600
16,600	276,000	15	343	20,290
20,290	411,500	16	513	24,800
24,800	615,2	17	767	30,310
30,310	919	18	1146	37,040
37,040	1374	19	1712	45,275
45,275	2050	20	2557	55,335
55,335	3065	21	3822	67,630
67,630	4580	22	5707	82,660
82,660	6835	23	8523	101,030
101,030	10210	24	12730	123,500
123,500	15250	25	19025	151,000
151,000	22800	26	28350	184,600
184,600	33900	27	42450	225,800
225,800	51000	28	58700	276,000
276,000	66400	29	90322	338,000
338,000	114244			

(1) En rayons du trou de sonde.

(2) L'élément est limité par le rayon inscrit sur la même ligne et le rayon inscrit sur la ligne au-dessous.

en sorte que l'on a :

$$\pi \frac{c^4}{8l} = k2\pi \frac{r_{n+1} + r_n}{2} h \frac{1}{r_{n+1} - r_n}$$

$$= \pi k h \frac{r_{n+1} + r_n}{r_{n+1} - r_n}$$

$$\pi \frac{c^4}{8l} = \pi \frac{k h}{u}$$

c'est-à-dire :

$$\frac{c^4}{l} = \frac{8 h k}{u}$$

et dans le cas présent où $u = 0,10$

$$\frac{c^4}{l} = 80 h k \quad (2,44)$$

Comme on le voit, cette relation est la même pour tous les capillaires puisqu'elle est indépendante de l'ordre de l'élément auquel il appartient.

Pour choisir le rayon c et la longueur l des capillaires, il ne suffit pas de tenir compte des valeurs de h (10 cm) et de k (25 mdcs) ; il faut s'assurer que, dans les conditions de fonctionnement du modèle, l'écoulement sera toujours laminaire.

On sait que l'écoulement est de ce type si le nombre de Reynolds est en unités c. g. s., inférieur à 1000.

$$\text{Rey} = \rho \frac{2 c W}{\eta}$$

W étant la vitesse du gaz dans les capillaires.

Le débit massique, en écoulement permanent est :

$$Q_m = \pi \frac{c^4}{8 \eta l} \frac{b}{2} (P_{n+1}^2 - P_n^2) \quad (2,45)$$

P_{n+1} et P_n étant les pressions aux extrémités du capillaire reliant les extrémités de l'élément limité par les rayons r_{n+1} et r_n . (Le débit massique étant constant, il en résulte que

$$P_{n+1}^2 - P_n^2$$

est constant).

La valeur de Rey pour le capillaire en question est :

$$\text{Rey} = \frac{2 c}{\eta} \frac{Q_m}{\pi c^2}$$

puisque, W étant la vitesse

$$\begin{aligned} \rho W &= \frac{\rho Q_m}{\rho \pi c^2} \\ &= \frac{Q_m}{\pi c^2} \end{aligned}$$

On a donc :

$$\text{Rey} = \frac{2 Q_m}{\eta \pi c}$$

Le nombre de Reynolds est constant dans tout le modèle en écoulement permanent.

En fonction des caractéristiques de l'écoulement on a :

$$\text{Rey} = \frac{b c^3}{8 \eta^2 l} (P_{n+1}^2 - P_n^2) \quad (2,46)$$

Nous ferons fonctionner le modèle avec la pression atmosphérique H comme pression lointaine et d'équilibre, et avec au moins la moitié de la pression atmosphérique comme

pression de sortie. Le modèle comporte 28 capillaires, en sorte qu'en régime permanent :

$$P_{n+1} - P_n \leq \frac{3 H^2}{4.28}$$

On aura alors :

$$\text{Rey} \leq \frac{3 H^2}{112} \frac{b c^3}{8 \eta^2 l}$$

et l'on veut que :

$$\text{Rey} \leq 1000$$

c'est-à-dire que :

$$\frac{c^3}{l} \leq \frac{896.000}{3 H^2 b} \eta^2$$

Or, on aura, à très peu près :

$$\eta = 185.10^{-6} \text{ poises}$$

$$H = 10^6 \text{ baryes}$$

$$b = (8,315.10^7.288)^{-1} = (2400.10^7)^{-1}$$

c'est-à-dire qu'on devra avoir :

$$\frac{c^3}{l} \leq \frac{0,896.10^6 \cdot 185^2.10^{-12}}{3.10^{12}} 2400.10^7$$

ou

$$\frac{c^3}{l} \leq 24,6.10^{-5}$$

Or, la condition (2,44) précise que (1) :

$$\frac{c^4}{l} = 80.10.25.10^{-11}$$

soit :

$$\frac{c^4}{l} = 20.10^{-8}$$

Il faut donc que

$$\frac{l}{c} \leq \frac{24,6.10^{-5}}{20.10^{-8}}$$

c'est-à-dire

$$c > \frac{20}{24,6} 10^{-3}$$

Les tubes capillaires que nous utiliserons devront donc avoir au moins $\frac{1}{100}$ de mm de rayon, pour que nous soyons assurés d'obtenir un écoulement permanent laminaire.

Cette condition ne suffit pas à assurer que l'écoulement est laminaire à toutes les époques au cours d'écoulements transitoires ; dans les débuts d'un tel écoulement, quand on fait régner brusquement la pression de sortie dans

(1) Un millidarcy équivaut à $0,987.10^{-11}$ perm.

la sonde, alors que la pression d'équilibre règne encore à l'extrémité du premier capillaire, $P_1^2 - P_2^2$ prend au départ la valeur maximum $\frac{3 H^2}{4}$ dans les mêmes conditions que ci-dessus, et cette valeur tendra progressivement vers $\frac{3 H}{112}$ si l'on va jusqu'à l'obtention du mouvement permanent. Il résulte de ceci et des calculs précédents que l'on doit prendre :

$$c \sim \frac{20.28}{24.6} 10^{-3} \quad \text{soit } c > 0,228 \text{ mm}$$

pour être assuré d'avoir des écoulements laminaires dans tous les cas.

En fait, tous les capillaires utilisés ont un rayon supérieur à 0,3 mm ce qui correspond à une longueur minimum

$$l_{\min} = \frac{(0,035)^4}{20 \cdot 10^{-8}} = 7,5 \text{ cm.}$$

b) Ajustage des capillaires.

Les rayons des cannes de verre capillaires ont été mesurés par pesée d'un index de mercure de longueur connue, et les capillaires taillés à la longueur résultant de cette mesure par la relation (2,44). Les tubes ainsi obtenus ont été comparés entre eux à l'aide du dispositif décrit ci-après (fig. 2,41).

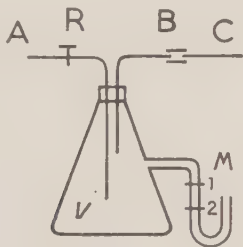


FIG. 2, 41.

V est un vase de 3 litres environ, muni d'une tubulure A à robinet R, permettant d'aspirer l'air dans V, d'un embout B permettant de fixer successivement les capillaires C, et d'un manomètre à eau M.

R étant ouvert, on crée une dépression dans V, telle que l'eau de la branche droite du manomètre soit de quelques centimètres au-dessus du repère 1 du tube. On mesure au 1/5 de seconde le temps qui s'écoule entre le passage du ménisque aux repères 1 et 2. Chaque mesure était répétée trois fois. On a ensuite pris comme

référence le capillaire ayant donné le temps minimum (de l'ordre de 40 secondes) et on a raccourci les autres capillaires d'une longueur proportionnelle à l'écart relatif du temps de chacun d'eux et du temps de référence. On a vérifié le résultat et l'opération était recommencée si nécessaire.

On a ainsi obtenu un jeu de capillaires fournissant le même temps avec une erreur inférieure à $\pm 1,25 \%$.

c) Détermination de la perméabilité.

Les jonctions des capillaires et des vases ont été faites avec du caoutchouc à vide de 4 mm de diamètre, qui apporte en définitive une légère perte de charge. Aussi a-t-on procédé à la mesure de la perméabilité du système une fois monté, en imposant une pression de sortie P_a constante au système, ouvert à l'autre bout à la pression atmosphérique P_0 ; l'air passant à travers le système était rassemblé à la sortie, dans des conditions de pression et de température connues ce qui permettait de connaître le débit Q_s dans les conditions standard (0°-76 cm Hg).

Or, on a par (2,33) :

$$Q_m = \frac{2 \pi h k b}{\eta} \frac{P_{n+1}^2 - P_n^2}{2 u}$$

c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} Q_m &= \frac{31,416}{0,20} \frac{b k}{\eta} (P_{n+1}^2 - P_n^2) \\ &= 157,08 \frac{b k}{\eta} (P_{n+1}^2 - P_n^2) \end{aligned}$$

Mais comme on l'a déjà remarqué

$$P_{n+1}^2 - P_n^2 = \frac{P_0^2 - P_a^2}{28}$$

On a donc :

$$Q_m = 5,61 \frac{b k}{\eta} (P_0^2 - P_a^2)$$

Le débit standard Q_s est lié à Q_m par

$$Q_s = Q_m \left(\frac{8,315 \cdot 10^7 \cdot 273}{76,13 \cdot 6,981} \frac{1}{M} \right)$$

le dernier groupe représentant le volume spécifique de l'air dans les conditions standard, M désignant la masse moléculaire de l'air.

Rappelons que :

$$b = \frac{M}{8,315 \cdot 10^7 \theta}$$

θ étant, en °K, la température d'écoulement.

On a donc

$$Q_s = 5,61 \frac{k}{\eta} \frac{(P_0^2 - P_a^2)}{\theta} \frac{273}{76.13,6.981}$$

Nous exprimerons les pressions en cm de mercure p'_0 et p'_a , η' en micropoises, et on aura :

$$Q_s = \frac{5,61.273.13,6.981}{76.10^{-6}} \frac{k}{\eta'} \frac{(p_0'^2 - p_a'^2)}{\theta}$$

On aura alors

$$k \text{ (perm.)} = \frac{\eta' Q_s \theta}{p_0'^2 - p_a'^2} \times 0,372.10^{-11} \quad (2,47)$$

On aura la perméabilité k' en millidarcys ⁽¹⁾ par :

$$k' \text{ (mdcy)} = k \text{ (perm.)} \cdot 1,0132.10^{-11}$$

c'est-à-dire :

$$k' = 0,377 \frac{\eta' Q_s \theta}{p_0'^2 - p_a'^2}$$

Le tableau 2,42 ci-après indique les résultats expérimentaux obtenus.

La moyenne de ceux-ci, coïncidant à $\pm 2\%$ près, est :

$$k' = 24,31 \text{ mdcy}$$

La valeur correspondante en perm. est

$$k = 24,03.10^{-11} \text{ perm.}$$

Ce résultat est conforme aux conclusions du calcul d'erreur que l'on peut faire :

On a en effet par (2,47)

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta \eta}{\eta} + \frac{\Delta Q_s}{Q_s} + \frac{\Delta \theta}{\theta} + \frac{\Delta (p_0'^2 - p_a'^2)}{p_0'^2 - p_a'^2}$$

On peut admettre que :

$$\frac{\Delta \eta}{\eta} \leq \frac{1}{800}$$

$$\frac{\Delta \theta}{\theta} \leq \frac{1}{300}$$

D'autre part, Q_s est déterminé à partir de la lecture d'un volume et d'un temps.

L'erreur commise sur le volume correspond

à une incertitude de $\frac{1}{2}$ mm sur la position d'un

ménisque devant une règle graduée ; la section du gros débitmètre étant de 50 cm² environ, ceci entraîne une erreur de 2,5 cm³. Le volume sur lequel porte la détermination du débit est de l'ordre de 500 cc. Comme d'autre part, le temps correspondant est connu avec une précision de $\pm 0,2$ seconde sur un total qui n'est jamais inférieur à 300 secondes, on a :

$$\frac{\Delta Q_s}{Q_s} \leq \frac{1}{100} + \frac{2}{3000} \quad \text{soit} \quad \frac{\Delta Q_s}{Q_s} \leq \frac{32}{3000}$$

Les pressions sont lues avec une incertitude de $\frac{1}{10}$ mm de mercure pour p'_0 , alors que p'_a

est connu à partir de p'_0 et d'un manomètre à eau, lu au millimètre, la hauteur d'eau n'étant jamais inférieure à 40 cm.

$$\text{On a donc : } \Delta p'_a = \Delta p'_0 + \frac{0,2}{13,6}$$

$$= 0,01 + 0,014 \\ = 0,024 \text{ cm Hg.}$$

On a :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta (p_0'^2 - p_a'^2)}{p_0'^2 - p_a'^2} &\leq \frac{2 p_0' \Delta p_0' + 2 p_a' \Delta p_a'}{p_0'^2 - p_a'^2} \\ &\leq \frac{2.76.0,01 + 2.76.0,024}{500} \\ &\leq \frac{1}{100} \end{aligned}$$

On a en définitive comme limite de l'erreur relative :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta k}{k} &= \frac{1}{800} + \frac{32}{3000} + \frac{1}{300} + \frac{1}{100} \\ &= \frac{1,125}{100} + \frac{1,400}{100} = 2,5 \% \end{aligned}$$

On a constitué un système représentant un milieu poreux de forme cylindrique caractérisé par :

- un rayon extrême de 2,05 m,
- un trou de sonde de 0,803 cm,
- une épaisseur de 10 cm,
- une perméabilité de 24,31 mdcy,
- une porosité de 0,10.

(1) Le darcy est défini comme étant la perméabilité d'un milieu laissant passer 1 cm³/sec d'un fluide ayant une viscosité de 1 centipoise par surface de 1 cm² sous l'effet d'un gradient de pression de 1 atmosphère, c'est-à-dire de 1,0132.10 baryes. Le darcy est donc de 1,0132.10⁸ fois plus petit que le perm et le millidarcy 1,0132.10¹¹ fois. Le nombre qui exprime la perméabilité en perm est donc à multiplier par ce facteur quand on veut le transformer en millidarcys.

TABLEAU 2, 42.

N° REPÈRE DE L'EXP.	p'_0 cm Hg o°	p'_a cm Hg o°	$p'^2_0 - p'^2_a$	θ (°K)	η'	Q_s cm ³ /sec.	k' (1) mdcy.
0,953	75,92	72,37	526,44	301,3	189,6	0,589	24,1
0,939	75,92	71,31	678,73	295,2	186,4	0,794	24,3
0,905	75,97	68,73	1047,63	300,5	189,2	1,196	24,4
0,905 <i>bis</i>	75,97	68,73	1047,63	300,6	189,3	1,207	24,7
0,898	76,43	68,67	1125,98	295,7	186,7	1,303	24,1
0,869	76,38	66,38	1427,60	298,0	187,9	1,620	24,0
0,847	76,00	64,35	1635,08	299,8	188,8	1,835	24,0
0,835	76,09	63,50	1757,44	299,8	188,8	2,010	24,4
0,801	75,97	60,84	2069,94	298,8	188,3	2,400	24,6
0,801 <i>bis</i>	75,97	60,84	2069,94	298,8	188,3	2,390	24,5
Moyenne des résultats							24,31

$$(1) k' = 0,377 \frac{\eta' Q_s \theta}{p'^2_0 - p'^2_a}$$

$$\frac{\Delta k'}{k'} < \frac{2}{100}$$

2, 5. — Discussion des possibilités du modèle.

Nous avons constitué un modèle analogique avec lequel nous sommes assuré d'obtenir des écoulements laminaires dans tous les cas d'emploi prévus (cas limite pression de sortie égale à la moitié de la pression d'équilibre qui est elle-même égale à la pression atmosphérique).

Nous avons également noté que pour que les masses d'air en place dans le gisement correspondent à 1/1000 près à celles qui s'y trouveraient (dans le cas d'un écoulement permanent), il est nécessaire que la différence des pressions entre les deux extrémités d'un capillaire n'excède pas 6 % de la pression absolue moyenne. Cette condition n'est nécessairement pas réalisée dans les débuts d'un écoulement transitoire si l'on opère

avec une dépression supérieure à $\frac{6}{100}$ de la pression atmosphérique. Dans le cas limite où l'on

opère avec $\frac{50}{100}$ de la pression atmosphérique

comme pression de sortie, il faut donc attendre que le 9^e compartiment du gisement soit touché par la perturbation pour que l'approximation prévue soit atteinte. Il est visible que cette nécessité n'est pas lourde de conséquences. En effet, la somme des volumes correspondant aux 9 premiers compartiments est de 91,13 cm³ seulement, et la perturbation atteint ce compar-

timent au bout d'un temps n'excédant pas 2 secondes (résultat expérimental).

Si le phénomène est perturbé, il l'est pendant un temps négligeable en regard de celui pendant lequel on peut opérer.

Ce temps correspond à l'arrivée de la perturbation dans le dernier compartiment du gisement. En deçà de l'époque correspondante, que le gisement soit ouvert ou fermé après le dernier capillaire, on se trouve opérer sur un gisement infiniment étendu. A partir du moment où la perturbation a au contraire atteint le dernier compartiment, on peut se trouver :

— dans le cas d'un gisement fermé si la liaison avec l'atmosphère extérieure est interrompue,

— dans le cas d'un gisement alimenté à pression constante à la limite s'il est ouvert à la pression atmosphérique.

Il faut remarquer :

Dans le premier cas, que si l'on veut espérer trouver des résultats exacts, il est nécessaire de réduire le volume du dernier compartiment du volume correspondant à la première moitié de l'élément ultime, faute de quoi, on aurait artificiellement accru la porosité du gisement dans sa dernière zone.

Dans le deuxième cas, qu'un certain temps va s'écouler entre le moment où la perturbation arrive dans le dernier compartiment, et le moment où le régime permanent sera établi. Cette période n'existerait pas dans un milieu poreux réel alimenté à sa limite à pression constante.

CHAPITRE III

Équipement de mesure.

3, 1. — Dispositifs réalisés.

Le gisement, constitué de tubes capillaires et de capacités comme il a été dit au chapitre précédent, comporte un certain nombre de dispositifs annexes destinés à son fonctionnement et à l'exécution des mesures.

Ceux-ci comprennent :

— Le dispositif d'aspiration destiné à créer la différence de pression entre le gisement et la sonde (L'introduction des grandeurs réduites, exposée au paragraphe 1,3 justifie les conditions de travail utilisées, savoir pression atmosphérique dans le gisement imperturbé et pression inférieure dans la sonde, puisque seul le rapport des pressions intervient).

— L'intégrateur de débit qui permet de connaître la production cumulée du gisement à toute époque.

— Les manomètres de contrôle établis l'un à la sortie du gisement (manomètre de sonde) et les autres à diverses distances de la sonde, en vue de vérifier la constance de la pression dans la sonde au cours des expériences, et de suivre l'évolution des pressions dans le gisement en fonction du temps. Ces manomètres, utiles pour suivre l'évolution des phénomènes, ont été supprimés lors des mesures par suite des perturbations qu'ils apportaient dans l'écoulement.

— Le dispositif d'avertissement de l'arrivée de perturbation motrice, dans le dernier compartiment du gisement, dispositif destiné à faire connaître l'époque en deçà de laquelle l'écoulement peut être confondu avec celui qui aurait lieu dans un gisement infini.

L'ensemble de ces dispositifs est représenté sur la figure 3,1.

3, 2. — Dispositif d'aspiration.

Ce dispositif est constitué par une pompe à vide reliée à un régulateur à tube immergé dont on peut régler les conditions de marche (niveau variable d'eau ou de mercure).

Le dispositif d'aspiration n'est utilisé que lorsque la dépression imposée à la sonde dépasse 1 m d'eau. Les dépressions inférieures à cette valeur sont obtenues par un simple décalage de niveau entre la sortie du gaz qui a lieu dans la masse d'eau du débitmètre et le dispositif d'écoulement de cette masse à la pression atmosphérique.

3, 3. — Intégrateur de débit.

La figure 3,1 montre la réalisation de cet intégrateur de débit et fait comprendre son fonctionnement.

Le gaz sort du gisement sous l'effet de la différence de pression existant entre le gisement et l'orifice de libération du gaz (extrémité de la tubulure T_1). Cet orifice se trouve dans l'eau

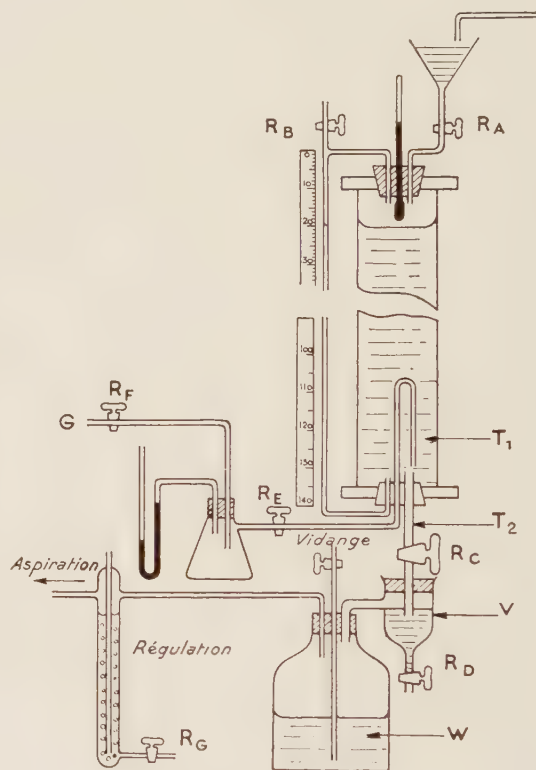


FIG. 3, 1.

de la cloche C, à une cote bien déterminée au-dessus du niveau constant du vase V dont l'atmosphère gazeuse est soumise à la dépression fournie par le système d'aspiration, en sorte que l'orifice de libération du gaz est soumis à une pression constante, variable d'ailleurs au gré de l'opérateur dans une très large gamme. (Seules les très faibles dépressions, inférieures à 10 cm d'eau ne peuvent être réalisées pour des raisons matérielles qui tiennent aux dimensions des pièces entrant dans la constitution du système).

Le gaz libéré s'accumule en haut de la cloche. Un niveau latéral lié à la cloche permet de connaître, à tout instant, le volume occupé par le gaz libéré. Le repérage de la position du niveau de l'eau dans la cloche permet d'ailleurs de connaître, du même coup, la pression à laquelle se trouve le gaz libéré au moment de ce repérage. Il y a lieu d'observer que la pression à laquelle se trouve le gaz accumulé ne cesse de croître au cours d'une expérience.

L'intégrateur comporte à sa partie supérieure un orifice de remplissage en eau, un orifice de mise à la pression atmosphérique et un thermomètre.

La forme donnée à la tubulure de libération du gaz est destinée, ainsi que le robinet R_E à éviter l'introduction d'eau dans cette tubulure pendant le remplissage en eau de l'intégrateur.

La liaison de la cloche et du vase V est assurée par une tubulure courte et large, munie d'un robinet à boisseau ayant une ouverture de même diamètre que la tubulure, afin d'éviter pratiquement toute perte de charge lors de la circulation de l'eau dans cette tubulure.

Le vase V est muni d'un robinet de purge R_D qui est utile lors de l'étalonnage de l'intégrateur. Le vase V est en relation par une large tubulure avec le flacon W qui sert à recueillir l'eau provenant de l'intégrateur.

La capacité utile de l'intégrateur est de 6.000 cm^3 environ, comme celle du flacon W.

Le tableau ci-joint donne la correspondance des lectures sur la règle graduée et des volumes compris dans l'intégrateur entre ses limites supérieures et le niveau de l'eau se rapportant aux lectures, pour les deux débitmètres construits, en vue d'avoir une précision comparable dans la gamme des faibles débits et des forts débits.

Les étalonnages ont été faits avec le plus grand soin en opérant les lectures et en pesant les quantités d'eau sorties de l'appareil.

On peut compter qu'une lecture faite à $\pm 1/2 \text{ mm}$ correspond à une erreur de $\pm 2,5 \text{ cm}^3$ environ pour le grand débitmètre et à $\pm 1 \text{ cm}^3$ pour le petit.

La feuille de calcul dont le modèle est donné ci-après permet d'exploiter commodément les mesures faites avec les intégrateurs.

3, 4. — Manomètre de contrôle.

Le manomètre de sonde est installé sur un flacon tampon de quelques dizaines de cm^3 situé à la sortie du gisement : ce flacon est relié

au gisement par un robinet à voie large, et à l'orifice de libération du gaz par un robinet analogue ; les deux lignes de raccordement sont courtes et n'introduisent pratiquement pas de perte de charge.

Le robinet situé entre le gisement et le flacon tampon permet de faire régner la pression de sortie dans toute la ligne de sortie avant l'ouverture du gisement. Les manomètres installés sur les capacités du gisement sont destinés à permettre de suivre l'évolution de la pression dans l'espace et le temps. Seules en sont munies les capacités ayant un volume supérieur à 60 cm^3 . Un des manomètres sur deux comporte un robinet à 3 voies permettant de mettre en communication avec l'atmosphère la capacité à laquelle il est lié. Ceci permet de revenir à l'équilibre initial plus rapidement après une expérience. Tous les manomètres sont des tubes en U contenant de l'huile ou du mercure suivant les dépressions que l'on utilise. Les tubes ont un diamètre intérieur de 5 mm . Les variations de volume des compartiments dues aux manomètres n'ont pas permis de maintenir ceux-ci en fonctionnement durant les mesures.

L'ensemble des manomètres est fixé sur une planche unique se prêtant à la prise de photographies.

3, 5. — Dispositif d'avertissement.

Le gisement qui a été réalisé n'est pas infiniment étendu. Quand on ouvre la sonde, le dernier compartiment du gisement reste dans l'ignorance de ce fait pendant un certain temps. Pendant toute cette durée, l'écoulement a lieu dans les mêmes conditions que si le gisement était infiniment étendu. Par contre, dès que le dernier compartiment commence à participer au phénomène, qu'il soit fermé ou ouvert à la pression atmosphérique par un ultime capillaire, l'écoulement diffère de l'écoulement du gisement infini. Le dispositif d'avertissement est constitué par une longueur de 10 cm de tube de 3 mm de diamètre placé horizontalement et dans lequel on place un index d'eau colorée, en ayant soin de mouiller la surface intérieure du tube en avant de l'index. Dès que le dernier compartiment commence à débiter, l'index se met en mouvement. On sait qu'à partir de cette époque, le débit obtenu ne pourra plus être considéré comme correspondant au cas du gisement infini. Le temps en question est d'environ 4 minutes.

Feuille de calcul.

date :

opérateur :

Expérience n°

P. Atm. cm Hg à 0° 76,50 cm Hg 0° (1)

Mano sonde gauche 45,5
droite 14,5
= $\frac{31,0 \text{ cm Hg}^{H_2O} *}{31,0 \text{ cm Hg}^{H_2O} *}$ 2,28 cm Hg 0° (2)

Pression de libération du gaz..... 74,22 cm Hg (3)

Température de l'intégrateur °C 19,5..... 292,5 °K (4)

Coefficient de réduction du débit aux conditions standard :

$\frac{273}{760} \times \frac{1}{0K}$ 1,227 10^{-3} (5)

Cote déversoir { grand intégrateur *..... 151,5
petit intégrateur *..... 67,7 (6)

(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)
époque	lecture	cote ronde voir table du débitm.	ap-point	volume (9) + (10)	écart pres. (6) — (8)	(12) × 13,6	pression d'acc ^{on} (3) — (13)	(5) × (11) × (14)	production Standard
0									
15									
30									

(*) Rayer la mention inutile.

ÉTALONNAGE DU GRAND DÉBITMÈTRE.

LEC-TURE (CM)	VOLUME CM ³	SEC-TION CM ²	LECTURE (CM)	VO-LUME CM ³	SEC-TION CM ²
12			85	3.707	48,
13			90	3.951	48,7
14			95	4.195	48,4
15	297	46,8	100	4.437	48,3
20	531	47,5	105	4.679	48,3
25	768	47,9	110	4.921	48,1
30	1.008	48,3	115	5.161	48,1
35	1.250	48,6	118,45	5.327	46,9
40	1.493	48,9	120	5.400	46,8
45	1.738	49,2	125	5.634	46,7
50	1.984	49,3	130	5.868	46,5
55	2.230	49,4	135	6.104	46,4
60	2.477	49,4	140	6.336	46,4
65	2.724	49,4	145	6.568	46,5
70	2.971	49,3	150	6.801	46,6
75	3.217	49,1	151	6.848	47,0
80	3.462	49,0			

3, 6. — Précautions prises contre divers phénomènes perturbateurs.

a) Il est nécessaire de ne pas mouiller le réservoir du thermomètre de l'intégrateur au cours du remplissage de celui-ci, afin d'éviter des erreurs dans la mesure des températures du gaz accumulé.

b) La température d'écoulement de l'air dans le gisement doit être mesurée de son côté, car

il peut y avoir quelques degrés d'écart entre celle de l'intégrateur et celle du gisement.

c) Pour lutter contre la vapeur d'eau, on a placé du chlorure de calcium dans les capacités (c'est pour cette raison que les manomètres sont équipés à l'huile et non à l'eau pour les expériences à basse pression).

ÉTALONNAGE DU PETIT DÉBITMÈTRE.

$$V_{\text{cm}^3} = 24 + 20,094 x_{\text{cm}}$$

2	64,2	25	526,4	48	988,5
3	84,3	26	546,5	49	1.008,6
4	104,4	27	566,6		
5	124,5	28	586,7	50	1.028,7
6	144,6	29	606,8	51	1.048,8
7	164,7			52	1.068,9
8	184,8	30	626,8	53	1089,10
9	204,8	31	646,9	54	1.109,1
		32	667,0	55	1.129,2
10	224,9	33	687,1	56	1.149,3
11	255,0	34	707,2	57	1.169,4
12	265,1	35	727,3	58	1.189,5
13	285,2	36	747,4	59	1.209,6
14	305,3	37	767,5		
15	325,4	38	787,6	60	1.229,6
16	345,5	39	807,7	61	1.249,7
17	365,6			62	1.269,8
18	385,7	40	827,8	63	1.289,9
19	405,8	41	847,9	64	1.310,0
		42	867,9	65	1.330,1
20	425,9	43	888,0	66	1.350,2
21	446,0	44	908,1	67	1.370,3
22	466,1	45	928,2	68	1.390
23	486,2	46	948,3		
24	506,3	47	968,4		

CHAPITRE IV

Étude de l'écoulement radial circulaire d'un gaz parfait à pression de sortie constante à partir d'un gisement en équilibre infiniment étendu.

4, 1. — Exposé général du mode opératoire.

Le problème ici étudié est celui que nous avons défini au paragraphe 1,4.

Le modèle étant en équilibre à la pression atmosphérique grâce aux robinets permettant la mise à l'air libre d'un certain nombre de capacités, est d'abord isolé.

La pression de sortie choisie est appliquée à la sortie du gaz jusqu'au robinet R_f de la planche 3,1 qui sépare le gisement de tout ce qui est en aval. On relève l'indication du débitmètre, sa température, la température d'écoulement du gaz, la pression atmosphérique, la position des ménisques au manomètre de sortie.

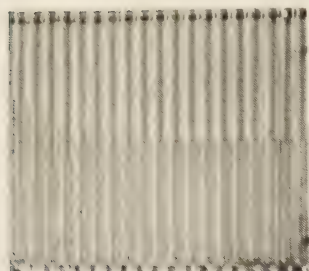
L'aide-opérateur lance le chronomètre en

entendant le top d'ouverture du robinet R_f , manipulé par l'opérateur, et donne les tops successifs à l'audition desquels l'opérateur lit les indications du débitmètre.

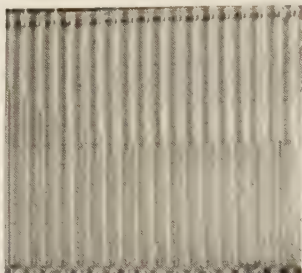
On a ainsi tous les éléments permettant de connaître la production du modèle en fonction du temps.

Étant donné les conditions de fonctionnement du modèle, voisines de la pression atmosphérique, l'air se conduit comme un gaz parfait et les résultats obtenus seront directement applicables à de tels cas, mais non aux gaz réels.

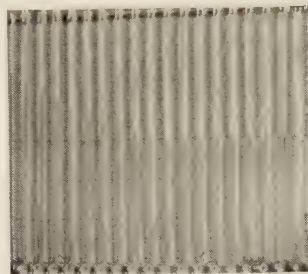
Nous verrons cependant au chapitre VI que ces résultats peuvent être adaptés à l'écoulement des gaz réels.



Après 15 sec.



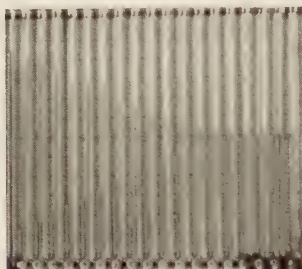
Après 30 sec.



Après 1 mn.



Après 1 mn 30.



Après 3 mn.



Après 5 mn.



Après 7 mn



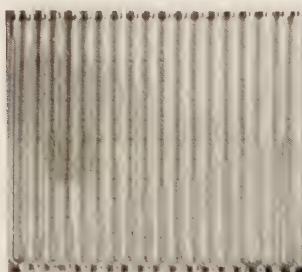
Après 10 mn.



Après 16 mn.



Après 25 mn



Après 31 mn



Après 38 mn.

PLANCHE 4,2.

4, 2. — Allure générale des phénomènes.

Quand on relève les résultats relatifs à un écoulement à gisement ouvert à la limite, en traçant la courbe production cumulée en fonction du temps, on obtient une courbe du type de celle qui est représentée sur la fig. 4,21.

L'utilisation du dispositif d'avertissement permet de repérer l'époque jusqu'à laquelle les phénomènes enregistrés se rapportent à un écoulement dans un gisement infini. Après une période de quelques minutes, le régime permanent est obtenu. On constate une chute manifeste du débit au cours de la première période.

Pendant la durée de l'expérience, on assiste à la propagation de la perturbation provoquée initialement dans la sonde. En dépit des erreurs qu'ils entraînent, des manomètres ont été montés sur les capacités successives pour observer l'allure de cette propagation. La planche 4,2 donne une suite de photographies sur lesquelles il est visible que la zone perturbée va en s'agrandissant au fur et à mesure que le temps s'écoule. Sur chacune de ces photographies le manomètre de gauche est le plus voisin de la sonde ; les 2 manomètres de l'extrême droite sont des manomètres de secours, non branchés. Les 17 manomètres utilisés se rapportent aux compartiments de 11 inclus à 27 inclus.

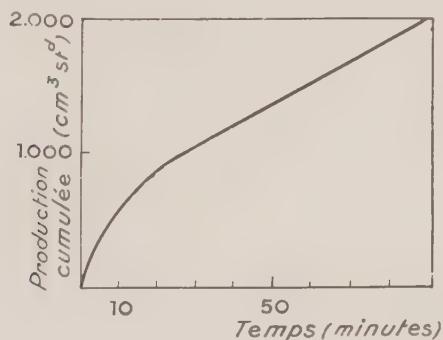


FIG. 4, 21.

On ne peut tirer de renseignements numériques de telles séries de photographies car l'effet perturbateur des manomètres sur l'évolution en fonction du temps est considérable ; il est aisé de constater que le volume d'air compté dans les conditions standard qui correspond à l'ascension du liquide dans une branche du manomètre (par exemple ascension 10 cm, section 0,5 cm², soit 5 cm³) est du même ordre de grandeur que les volumes qui sont retirés par dépression des compartiments

eux-mêmes (par exemple dépression de $\frac{5}{100}$ de la pression atmosphérique pour une capacité de 100 cm³). L'établissement des gradients de pression se trouve évidemment retardé par cet afflux d'air parasite. Nous comptons reprendre plus tard ces expériences avec des manomètres adaptés à ce genre d'observations et n'apportant que des perturbations négligeables.

4, 3. — Évolution de la production cumulée.

Si l'on se reporte au paragraphe 1,3, on voit que l'on dispose de tous les éléments permettant de passer du temps réel T au temps réduit t .

$$t = \frac{k P_0}{\omega \eta a^2} T$$

On a mesuré $k = 24,03 \cdot 10^{-11}$ perm.

On a choisi $a = 0,803$ cm

$\omega = 0,10$.

η est tiré des tables publiées dans le Handbook of Chemistry and Physics.

P_0 , qui est la pression atmosphérique, est mesuré, ce qui nous permet de connaître la pression réduite imposée à la sonde (p_a du § 1,4).

Pour la résolution du problème posé dans ce dernier paragraphe, le modèle nous permet donc d'obtenir des résultats indépendants de lui-même, valables par conséquent pour tout autre milieu poreux (k , ω , a , différents) parcouru par un gaz sous l'effet d'une pression réduite arbitraire à la sonde, sous réserve que nous ayons opéré sur lui avec cette même pression réduite.

Celle-ci représente donc, en définitive, le seul paramètre qui reste dans le problème.

Nous avons opéré successivement avec les pressions réduites nominales allant de 0,95 à 0,50, de 5 centièmes en 5 centièmes, gamme suffisante pour tous les essais pratiques qui peuvent avoir lieu sur les chantiers de production de gaz naturel. Les résultats concernant la production cumulée ont été présentés sous forme réduite, en fonction du temps réduit dans le tableau 4,6-11 ci-après. Le calcul des productions cumulées réduites est fait comme suit :

Le débit instantané de la couche d'épaisseur h que nous avons réalisée est, d'après l'équation de Darcy :

$$q(T) = \frac{2\pi h k}{\eta} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r=a} \quad (4,31)$$

avec les notations qui ont servi à écrire l'équation (1,33) ; le symbole $q(T)$ exprime le débit réel (T étant le temps réel).

Le débit q (T) tel qu'il figure dans l'équation (4,31) est compté « dans les conditions de la tranche » c'est-à-dire à la température d'écoulement (température absolue θ) et à la pression de cette tranche infiniment mince, c'est-à-dire à la pression de sortie P_a .

Le débit instantané, évalué dans les conditions standard (273° 76 cm Hg (1)) est donc :

$$q_s(T) = \frac{2 \pi h k}{\eta} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r=a} \frac{P_a}{H} \frac{273}{\theta}$$

La production cumulée est donc, au bout du temps et dans les conditions standard :

$$C_s(T) = \int_0^T q_s(T) dT$$

On a donc :

$$C_s(T) = \frac{2 \pi h k}{\eta} a \frac{P_a}{H} \frac{273}{\theta} \int_0^T \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r=a} dT$$

Mais :

$$\begin{aligned} p &= \frac{P}{P_0} \\ x &= \frac{r}{a} \\ t &= \frac{k P_0}{\omega \eta a^2} T \end{aligned} \quad (4,32)$$

Numériquement, on obtient ici

$$t = \frac{24,03 \cdot 10^{-11} P_0 \cdot 13,6 \cdot 981}{0,1 \eta \cdot 10^{-6} \cdot 0,645} T$$

ou

$$t = 49,6 \frac{P_0 T}{\eta}$$

ou encore

$$t = AT$$

$$\text{avec} \quad A = 49,6 \frac{P_0}{\eta} \quad (4,32 \text{ bis})$$

On a donc :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r=a} = P_0 \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=a} = \frac{P_0}{a} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=1}$$

$$dT = \frac{\omega \eta a^2}{k P_0} dt$$

Par suite, on peut écrire :

$$C_s(T) = \frac{2 \pi h k}{\eta} a \frac{P_a}{H} \frac{273}{\theta} \frac{P_0 \omega \eta a^2}{k P_0} \int_0^t \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=1} dt$$

$$C_s(T) = 2 \pi h \omega a^2 \frac{P_a}{H} \frac{273}{\theta} \int_0^t \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=1} dt$$

Nous poserons :

$$2 \frac{P_a}{P_0} \int_0^t \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=1} dt = C(t, p_a) \quad (4,33)$$

que nous appellerons production cumulée réduite.

L'équation (4,34) nous permettra de passer de la production cumulée standard $C_s(T)$ à la production cumulée réduite $C(t, p_a)$

$$C(t, p_a) = \frac{C_s(T)}{\pi h \omega a^2} \frac{H}{P_0} \frac{\theta}{273} \quad (4,34)$$

Nous écrirons $C(t, p_a) = B C_s(T)$ avec

$$B = \frac{H \theta}{P_0 273} \frac{1}{\pi h \omega a^2}$$

Dans le cas du modèle, nous aurons :

$$C(t, p_a) = 0,1374 \frac{C_s(T) \theta}{P_0}$$

P_0 étant compté en cm de mercure à 0° ; θ en °K.
ou

$$C(t, p_a) = B C_s(T) \quad (4,34 \text{ bis})$$

avec $B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0}$

4, 4. — Comparaison de l'écoulement du gaz avec celui d'un liquide.

Si nous nous référons à l'équation approchée :

$$\frac{\partial^2 \varpi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varpi}{\partial r} = \frac{\omega \eta}{k P_0} \frac{\partial \varpi}{\partial t}$$

et que nous introduisons les coordonnées réduites :

$$x = \frac{r}{a} \quad t = \frac{k P_0}{\omega \eta a^2} T$$

nous obtenons l'équation linéaire :

$$\frac{\partial^2 \varpi}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \varpi}{\partial x} = \frac{\partial \varpi}{\partial t} \quad (4,41)$$

qui a été intégrée sous cette forme par MM. EVERDINGEN et HURST avec les résultats qui figurent en annexe.

Ces auteurs, tablant sur une couche d'épaisseur unité et sur une différence de pression égale à l'unité entre le gisement en équilibre et la sonde, ont fourni une table donnant la production réduite $Q_0(t)$ en fonction du temps (1).

La production réelle d'une couche d'épaisseur h , sous l'effet d'une pression différentielle

(1) Les unités sont les unités c. g. s. sauf :

pour les pressions, exprimées en atmosphères

pour les viscosités, exprimées en centipoises,

pour les perméabilités, exprimées en darcys.

(1) H désignera la pression de 76 cm de mercure.

$P_0 - P_a$ est alors, comptée dans les conditions de sortie :

$$C(T) = 2 \pi h \omega a^2 \beta (P_0 - P_a) Q_0(t)$$

Si le fluide est un gaz, assimilable à un liquide sous les réserves exposées au paragraphe 1,

on aura $\beta = \frac{1}{P_0}$ et la production sera comptée dans les conditions standard. On aura alors :

$$C_s(T) = 2 \pi h \omega a^2 \frac{P_0 - P_a}{P_0} \frac{P_a}{H} \frac{273}{\theta} Q_0(t) \quad (4,42)$$

Dans le cas du modèle réduit, on aura :

$$C_s(T) = \frac{1}{0,06872} \left(1 - \frac{P_a}{P_0} \right) \frac{P_a}{\theta} Q_0(t) \quad (4,42 \text{ bis})$$

avec les pressions exprimées en cm Hg et les températures en °K. Le temps réduit est relié au temps réel par :

$$t = \frac{k P_0}{\omega \gamma a^2} T$$

c'est-à-dire dans le cas présent par :

$$t = 49,6 \frac{P_0}{\gamma} T \quad (4,43)$$

comme précédemment.

Les relations (4,42) et (4,43) vont nous permettre de vérifier que pour des pressions différentielles suffisamment faibles, le gaz se comporte bien comme un liquide, comme nous le laissait prévoir la conclusion du paragraphe 1,6.

4, 5. — Vérification expérimentale des résultats d'Everdingen et Hurst.

Une première expérience a été conduite dans les conditions suivantes :

Exp. n° 1 ($p_a = 0,9608$).

$P_0 = 75,81$ $P_a = 72,84$ $\theta = 294,1$ $\gamma = 185,8$

L'équation (4,42) donne

$$t = 49,6 \cdot \frac{75,81}{185,8} T$$

soit :

$$t = 20,25 T$$

et l'équation (4,43) donne de son côté :

$$Q_0(t) = 0,06872 \frac{294,1}{72,84} \frac{75,81}{2,97} C_s(T)$$

$$Q_0(t) = 7,075 C_s(T)$$

Le tableau 4,51 donne les valeurs correspondantes de T , t , $C_s(T)$ et $Q_0(t)$ pour les dix premières minutes de l'écoulement. La figure 4,51 montre la concordance des résultats expérimentaux et de la courbe d'Everdingen et Hurst.

Une deuxième expérience a été faite avec les données suivantes :

Exp. n° 2 ($p_s/p_a = 0,9499$)

$P_0 = 75,85$ $P_a = 72,05$ $\theta = 294,5$ $\gamma = 186,0$

On a $t = 20,24 T$ $Q_0(t) = 5,605 C_s(T)$

Le tableau 4,52 et la figure 4,51 donnent les résultats.

Leur comparaison entre eux prouve la fidélité de l'appareil construit. Le fait que la concordance avec la courbe d'Everdingen et Hurst est satisfaisante, ainsi que le montre d'une manière plus visible la figure 4,52 faite avec une échelle des temps 8 fois plus grande que celle de la figure 4,51, prouve que le modèle se conduit bien comme un milieu poreux et que l'on peut faire confiance aux résultats qu'il donne et qui ne peuvent être contrôlés par le calcul.

TABLEAU 4,51
Expérience n° 1.

T TEMPS RÉEL EN SEC.	C _s (T) PRODUCTION RÉELLE CM ³	t TEMPS RÉDUIT	Q ₀ (t) PRODUCTION RÉDUITE
0	0	0	
30	26,9	607,5	190,0
60	48,8	1215,0	345,0
90	69,8	1822,5	494,0
120	89,3	2430,0	632,0
150	109,6	3037,5	776,0
180	128,1	3645,0	906,0
210	145,2	4252,5	1027,0
240	165,0	4860,0	1167,0
270	183,1	5467,5	1295,0
300	201,1	6075,0	1423,0
330	219,1	6682,5	1550,0
360	236,5	7290,0	1674,0
390	253,6	7897,5	1795,0

4, 6. — Évolution de la production cumulée. Résultats expérimentaux et interprétation.

Nous avons établi au paragraphe 4,3 les équations (4,32)

$$t = \Delta T \quad \text{avec} \quad \Delta = \frac{k P_0}{\gamma \omega a^2}$$

et (4,34)

$$C(t, p_a) = B C_s(T) \quad \text{avec} \quad B = \frac{1}{\pi h \omega a^2} \frac{H}{P_0} \frac{1}{273}$$

reliant les éléments réduits t et $C(t, p)$ aux éléments réels de l'écoulement.

Ces équations, dans le cas du modèle, deviennent :

$$t = 49,6 \frac{P_0}{\gamma} T \quad (4,43 \text{ bis})$$

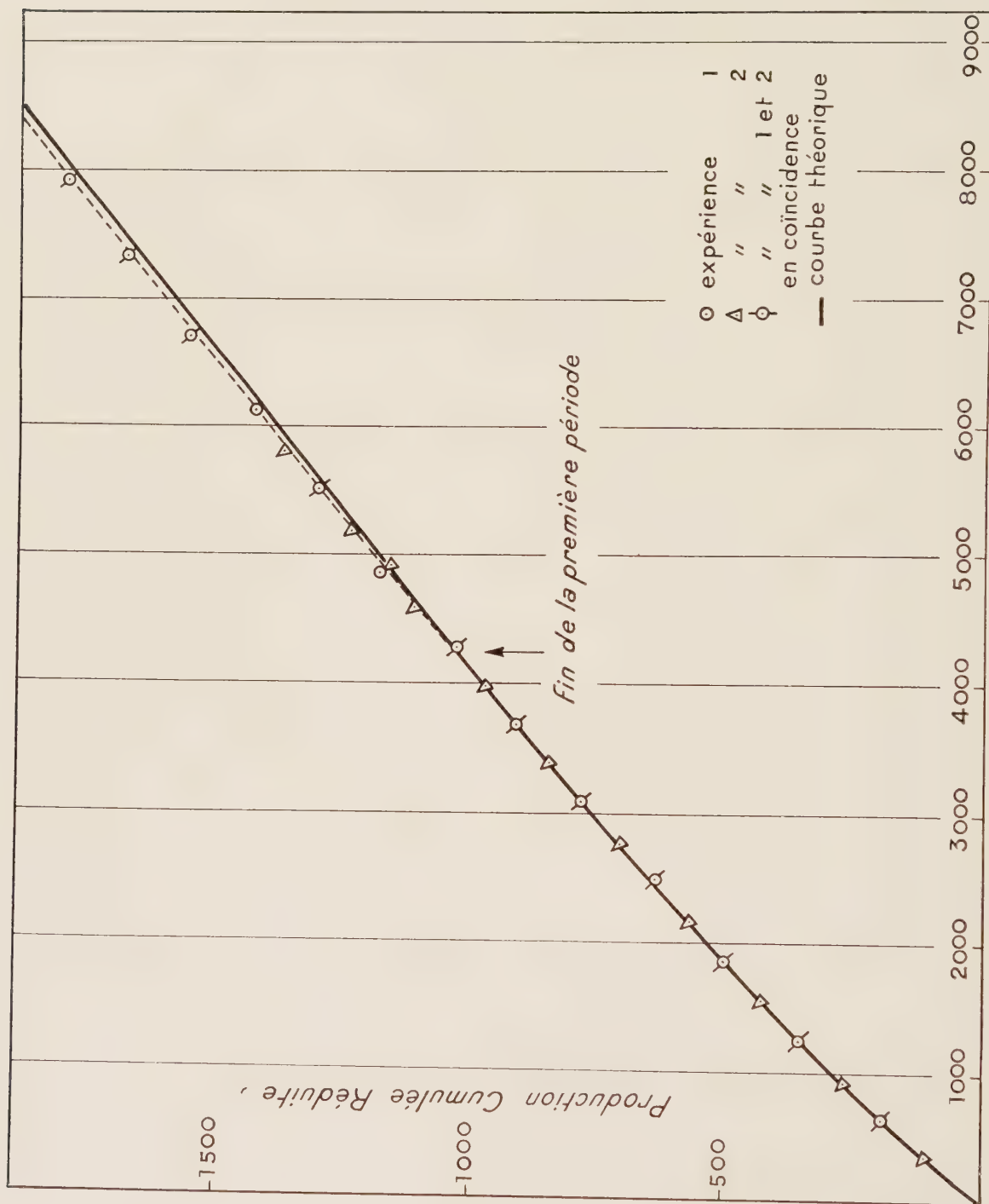


FIG. 4,51

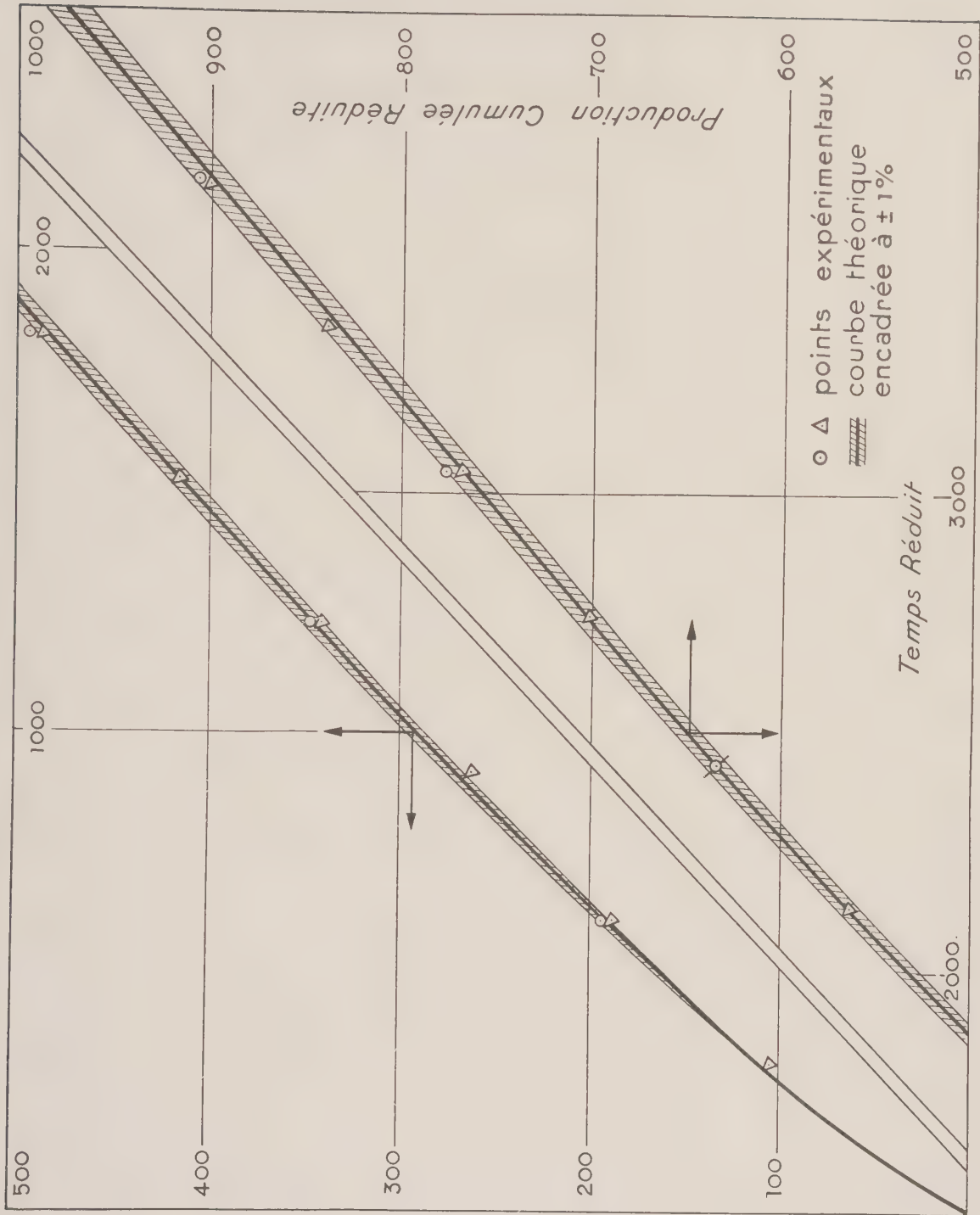


FIG. 4,52.

TABEAU 4, 52.

Expérience n° 2.

T TEMPS RÉEL EN SEC.	C _s (T) PRODUCTION RÉELLE EN CM ³	t TEMPS RÉDUIT	Q ₀ (t) PRODUCTION RÉDUITE	ÉCART ABSOLU ENTRE (1) (2)	ÉCART RELATIF %
0	0	0	0		
15	18,2	303,6	102	+ 3	+ 1,5
30	33,3	607,2	187	+ 3	+ 1,5
45	46,5	910,8	261		
60	60,8	1214,4	341	+ 4	+ 1,2
75	74,2	1518,0	416		
90	86,8	1821,6	487	+ 7	+ 1,4
105	100,2	2125,2	562		
120	112,8	2428,8	632	0	0
135	124,8	2732,4	700		
150	137,3	3036,0	769	+ 7	+ 0,9
165	150,1	3339,6	841		
180	160,8	3645,2	902	+ 4	+ 0,5
195	172,9	3946,8	970		
210	183,9	4250,4	1032	— 5	— 0,5
225	196,1	4554,0	1100		
240	207,1	4857,6	1162	+ 5	+ 0,5
255	219,1	5161,2	1229		
270	231,1	5464,8	1296	— 1	— 0,1
285	243,2	5768,4	1364		
330	276,6	6679,2	1552	— 2	— 0,1
360	298,7	7286,4	1675	— 1	— 0,1
390	320,7	7893,6	1798	— 3	— 0,2
420	342,7	8500,8	1921		

TABEAU 4,6-1.

Valeur nominale de $p_a = 0,95$

Valeur vraie de $p_a = 0,9499$

$P_0 = 75,85$ (1)

$P_a = 72,05$ (1)

$\theta = 294,6$ (2)

$\eta = 186,1$ (3)

$A = 49,6 \frac{P_0}{\eta} = 20,24$

$B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} = 0,534$

(1) ÉPOQUES (4)	(2) C _s (T) 1 ^{re} exp. (5)	(3) C _s (T) 2 ^e exp. (5)	(4) C _s (T) moy. (5)	(5) t	(6) C (t, p _a)
0	0	0	0	0	0
15	18,2	18,2	18,2	303,6	9,71
30	34,1	33,3	33,8	607,2	18,04
45	48,0	46,5	47,2	910,8	25,20
60	61,5	60,8	61,2	1214,4	32,67
75	74,8	74,2	74,5	1518,0	39,80
90	87,5	86,8	87,2	1821,6	46,52
105	100,1	100,2	100,1	2125,2	53,40
120	122,5	112,8	112,7	2428,8	60,11
135	125,1	124,8	124,9	2732,4	66,62
150	138,0	137,3	137,7	3036,0	73,50
165	149,5	150,1	149,8	3339,6	79,90
180	161,5	160,8	161,2	3643,2	86,00

(1) En cm de mercure à 0°.

(2) En °K.

(3) En micropoises.

(4) En secondes.

(5) En cm³ à 0° et 76 cm Hg.

et

$$C(t, p_a) = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} C_s(T) \quad (4,34 \text{ bis})$$

Ces deux dernières équations nous permettent de calculer les valeurs de $C(t, p_a)$ pour

toute valeur de t et de p_a dans la gamme couverte par l'expérimentation. Les tableaux 4,6 n° 1 à 10 donnent les résultats obtenus pour les 10 valeurs de la dépression nominale qui ont été utilisées.

Le tableau 4,6-11 donne les valeurs de $C(t, p_a)$

TABLEAU 4,6-2.

Valeur nominale de $p_a = 0,90$.Valeur vraie de $p_a = 0,8994$.

$$P_0 = 75,85 \text{ (1)}$$

$$P_a = 68,22 \text{ (1)}$$

$$\theta = 294,9 \text{ (2)}$$

$$\tau_1 = 186,3 \text{ (3)}$$

$$A = 49,6 \frac{P_0}{\tau_1} = 20,24$$

$$B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} = 0,534.$$

(1) ÉPOQUES (4)	(2) $C_s(T)$ 1 ^{re} exp. (3)	(3) $C_s(T)$ 2 ^{de} exp. (3)	(4) $C_s(T)$ MOY. (3)	(5) t	(6) $C(t, p_a)$
0	0	0	0	0	0
15	37,9	36,9	37,4	303,6	19,98
30		66,8	66,8	607,2	35,70
45	96,0	94,4	95,2	910,8	50,90
60		121,4	121,4	1214,4	64,90
75	148,6	147,6	147,8	1518,0	78,90
90	174,0	173,4	173,7	1821,6	92,80
105	197,5	198,1	197,8	2125,2	105,70
120	222,5	222,5	222,5	2428,8	118,80
135	247,0	246,6	246,8	2912,4	131,70
150	269,5	270,0	269,7	3036,0	144,10
165	294,5	292,4	293,4	3339,6	156,70
180	317,5	317,6	317,5	3643,2	169,60

(1) En cm de mercure à 0°.

(2) En °K.

(3) En micropoises.

(4) En secondes.

(5) En cm³ à 0° et 76 cm Hg.

TABLEAU 4,6-3.

Valeur nominale de $p_a = 0,85$ 1^{re} expérienceValeur vraie de $p_a = 0,8561$

$$P_0 = 76,05 \text{ (1)} \quad P_a = 65,11 \text{ (1)}$$

$$\theta = 294,3 \text{ (2)} \quad \tau_1 = 186,0 \text{ (3)}$$

$$A = 49,6 \frac{P_0}{\tau_1} = 20,28 \quad B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} = 0,531$$

2^{de} expérienceValeur vraie de $p_a = 0,8460$

$$P_0 = 76,05 \text{ (1)} \quad P_a = 64,41 \text{ (1)}$$

$$\theta = 294,3 \text{ (2)} \quad \tau_1 = 186,0 \text{ (3)}$$

$$A = 49,6 \frac{P_0}{\tau_1} = 20,28 \quad B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} = 0,531$$

ÉPOQUE (4) T	PROD. (5) $C_s(T)$	TEMPS RÉDUIT t	$C(t, p_a)$	ÉPOQUE (4) T	PROD. (5) $C_s(T)$	TEMPS RÉDUIT t	$C(t, p_a)$
0	0	0	0	0	0	0	0
15	40,5	304,2	24,7	15	54	304,2	28,7
30	89,5	608,4	47,52	30	101	608,4	53,6
45	129	912,6	48,65	45	142	912,6	75,4
60	166	1216,8	88,10	60	183	1216,8	97,2
90	238,5	1825,2	126,60	90	263	1825,2	139,6
120	309,5	2433,6	164,30	120	334	2433,6	177,3
150	379	3042,0	201,20	150	405	3042,0	215,0
180	444,5	3650,4	236,0	180	478	3650,4	254,0

(1) En cm de mercure à 0°.

(2) En °K.

(3) En micropoises.

(4) En secondes.

(5) En cm³ à 0° et 76 cm Hg.

pour les valeurs de cote ronde de t , après interpolation de p_a .

Ces résultats sont relativement aisés à interpréter. Nous allons montrer que la liaison entre $C(t, p_a)$ et $Q_0(t)$ est simple.

L'équation donnant la production cumulée d'un gaz assimilé à un liquide est l'équation (4,42).

$$C_s(T) = 2 \pi h \omega a^2 \frac{P_0 - P'_a}{P_0} \frac{P'_a}{H} \frac{273}{\theta} Q_0(t)$$

$$= 2 \pi h \omega a^2 (1 - p'_a) p'_a \frac{P_0}{H} \frac{273}{\theta} Q_0(t)$$

P'_a et p'_a désignant des pressions respectivement voisines de P_0 et de 1.

TABLEAU 4,6-4

 Valeur nominale de $p_a = 0,80$

 Valeur vraie de $p_a = 0,8047$

$$P_0 = 76,04 \text{ (1)}$$

$$P_a = 61,19 \text{ (1)}$$

$$\theta = 294,8 \text{ (2)}$$

$$\eta = 186,2 \text{ (3)}$$

$$A = 49,6 \frac{P_0}{\eta} = 20,26$$

$$B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} = 0,532$$

(1) ÉPOQUES (4)	(2) $C_s(T)$ 1 ^{re} exp. (5)	(3) $C_s(T)$ 2 ^e exp. (5)	(4) $C_s(T)$ moy. (5)	(5) t	(6) $C(t, p_a)$
0	0	0	0	0	0
15	67,0	71,5	69,2	303,9	36,84
30	125,5	119,5	122,5	607,8	65,28
45	179,0	182,3	180,6	911,7	96,22
60	229,2	232,5	230,7	1215,6	122,90
90	331,0	332,0	331,5	1823,4	176,60
120	425,0	425,5	425,2	2431,2	226,60
150	518,0	522,5	520,2	3039	277,50
180	606,0	611,5	608,7	3646,8	324,50

(1) En cm de mercure à 0°.

(2) En °K.

(3) En micropoises.

(4) En secondes.

 (5) En cm³ à 0° et 76 cm Hg.

TABLEAU 4,6-5

 Valeur nominale de $p_a = 0,75$

 Valeur vraie de $p_a = 0,7484$

$$P_0 = 76,04 \text{ (1)}$$

$$P_a = 56,91 \text{ (1)}$$

$$\theta = 204,8 \text{ (2)}$$

$$\eta = 180,2 \text{ (3)}$$

$$A = 49,6 \frac{P_0}{\eta} = 20,26$$

$$B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} = 0,532$$

(1) ÉPOQUES (4)	(2) $C_s(T)$ 1 ^{re} exp. (5)	(3) $C_s(T)$ 2 ^e exp. (5)	(4) $C_s(T)$ moy. (5)	(5) t	(6) $C(t, p_a)$
0	0	0	0	0	0
15	83,6	81,6	82,6	303,9	44,0
30	153,6	149,6	151,6	607,8	80,6
45	216,1	214,6	215,3	911,7	114,5
60	277,6	277,6	277,6	1215,6	147,6
90	400,6	400,6	400,6	1823,4	213,0
120	514,6	514,6	514,6	2431,2	273,8
150	629,1	632,1	630,6	3039,0	335,4
180	736,6	735,6	736,1	3646,8	391,5

 (1) En cm³ de mercure à 0°.

(2) En K°.

(3) En micropoises.

(4) En secondes.

 (5) En cm³ à 0° et 76 cm Hg.

TABLEAU 4,6-6.

Valeur nominale de $p_a = 0,70$ 1^{re} Expérience

Valeur vraie de $p_a = 0,6961$
 $P_0 = 76,04$ (1) $P_a = 52,93$ (1)
 $\theta = 295,2$ (2) $\eta = 186,4$ (3)

$$A = 49,6 \frac{P_0}{\eta} = 20,24$$

$$B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} = 0,533$$

2^e Expérience

Valeur vraie de $p_a = 0,6917$
 $P_0 = 76,04$ (1) $P_a = 52,63$ (1)
 $\theta = 295,0$ (2) $\eta = 186,3$ (3)

$$A = 49,6 \frac{P_0}{\eta} = 20,24$$

$$B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} = 0,533$$

ÉPOQUE (4)	PROD. (5) C_s (T)	TEMPS RÉDUIT t	C (t, p_a)	ÉPOQUE (4)	PROD. (5) C_s (T)	TEMPS RÉDUIT t	C (t, p_a)
0	0	0	0	0	0	0	0
15	97,5	303,6	51,95	15	99,8	303,6	53,2
30	181,0	607,2	96,50	30	184,6	607,2	98,4
45	254,5	910,8	135,60	45	261,1	910,8	139,2
60	329,5	1214,4	175,60	60	335,6	1214,4	178,8
90	471,5	1821,6	251,30	90	477,6	1821,6	254,6
120	607,5	2428,8	324,20	120	617,6	2428,8	329,4
150	739,5	3036,0	394,20	150	754,1	3036,0	402,0
180	871,5	3643,2	464,50	180	881,7	3643,2	470,0

(1) En cm de mercure à 0°. (2) En °K. (3) En micropoises. (4) En secondes. (5) En cm³ à 0° et 76 cm Hg.

TABLEAU 4,6-7

Valeur nominale de $p_a = 0,65$ Valeur vraie de $p_a = 0,6513$

$$P_0 = 76,01$$
 (1)

$$P_a = 49,51$$
 (1)

$$\theta = 294,8$$
 (2)

$$\eta = 186,2$$
 (3)

$$A = 49,6 \frac{P_0}{\eta} = 20,24$$

$$B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} = 0,533$$

(1) ÉPOQUES (4)	(2) C_s (T) 1 ^{re} exp. (5)	(3) C_s (T) 2 ^e exp. (5)	(4) C_s (T) moy. (5)	(5) t	(6) C (t, p_a)
0	0	0	0	0	0
15	113,5	—	113,5	303,6	60,45
30	203	208	205,5	607,2	109,50
45	291,6	293	292,3	910,8	156,70
60	369	377,5	373,2	1214,4	198,80
90	530,5	536	533,2	1821,6	284,40
120	683,5	689	686,2	2428,8	365,90
150	830,5	837	833,7	3036,0	444,20
180	976,5	981	978,7	3643,2	521,20

(1) En cm de mercure à 0°. (2) En °K. (3) En micropoises. (4) En secondes. (5) En cm³ à 0° et 76 cm Hg.

Cette équation n'est valable que si p'_a est très voisin de 1.

Si on opère avec une pression de sortie P_a , telle que p_a ne soit pas très voisin de 1, je dis que l'on a **pratiquement**

$$C_s(T, P_a) = C_s(T_0 P'_a) \frac{1 - p_a^2}{1 - p_a'^2} \quad (4,61)$$

c'est-à-dire :

$$C_s(T, P_a) = 2\pi h \omega a^2 \frac{P_0}{H} \frac{273}{\theta} Q_0(t) \frac{(1 - p'_a)p'_a}{1 - p_a'^2} (1 - p_a^2)$$

TABLEAU 4,6-8.

Valeur nominale de $p_a = 0,60$

Valeur vraie de $p_a = 0,6002$

$$P_0 = 75,99 \quad (1)$$

$$A = 49,6 \frac{P_0}{\eta} = 20,24$$

$$P_a = 45,61 \quad (1)$$

$$\theta = 294,9 \quad (2)$$

$$\eta = 186,3 \quad (3)$$

$$B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} = 0,533$$

(1) ÉPOQUES (4)	(2) $C_s(T)$ 1 ^{re} exp. (5)	(3) $C_s(T)$ 2 ^e exp. (5)	(4) $C_s(T)$ moy. (5)	(5) t	(6) $C(t, p_a)$
0	0	0	0	0	0
15	122,5	113,3	117,9	303,6	62,8
30	225	226,4	225,7	607,2	120,2
45	319,5	324,4	321,9	910,8	171,4
60	411	415,9	413,4	1214,4	220,2
90	594	588,9	591,5	1821,6	315,4
120	754,5	759,9	757,2	2428,8	403,5
150	923	923,9	923,4	3036,0	492,0
180	1077	1079,9	1078,5	3643,2	574,5

(1) En cm de mercure à 0°.

(2) En °K.

(3) En micropoises.

(4) En secondes.

(5) En cm³ à 0° et 76 cm Hg

TABLEAU 4,6-9

Valeur nominale de $p_a = 0,55$

Valeur vraie de $p_a = 0,5527$

$$P_0 = 75,71 \quad (1)$$

$$A = 49,6 \frac{P_0}{\eta} = 20,24$$

$$P_a = 41,84 \quad (1)$$

$$\theta = 294,0 \quad (2)$$

$$\eta = 185,8 \quad (3)$$

$$B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} = 0,533$$

(1) ÉPOQUES (4)	(2) $C_s(T)$ 1 ^{re} exp. (5)	(3) $C_s(T)$ 2 ^e exp. (5)	(4) $C_s(T)$ moy. (5)	(5) t	(6) $C(t, p_a)$
0	0	0	0	0	0
15	135	137	136	303,6	72,5
30	245,5	247	246,2	607,2	131,3
45	351	—	351	910,8	187,2
60	443	449	446	1214,4	237,9
90	635	639	637	1821,6	339,6
120	818	821	819,5	2423,8	437,1
150	994	994	994	3036,0	529,6
180	1168	1171	1169,5	3643,2	623,5

(1) En cm de mercure à 0°.

(2) En °K.

(3) En micropoises.

(4) En secondes.

(5) En cm³ à 0° et 76 cm Hg.

Mais la limite de :

$$\frac{(1 - p'_a) p'_a}{1 - p_a'^2} \rightarrow \frac{p'_a}{1 + p'_a}$$

quand p'_a tend vers 1, est $\frac{1}{2}$.

Nous pouvons donc écrire :

$$C_s(T, P_a) = \pi h \omega a^2 \frac{P_0}{H} \frac{273}{\theta} Q_0(t) (1 - p_a^2) \quad (4,62)$$

La comparaison de cette équation et de l'équation (4,34) conduit à conclure que :

$$C(t, p_a) = Q_0(t) (1 - p_a). \quad (4,63)$$

Le tableau 4,6-12, contient les valeurs de $Q_0(t) (1 - p_a^2)$.

Le tableau 4,6-13, contient l'écart relatif constaté entre les valeurs de $C(t, p_a)$ et de

$$Q_0(t) (1 - p_a^2).$$

TABLEAU 4,6-10.

Valeur nominale de $p_a = 0,50$

Valeur vraie de $p_a = 0,4986$

$$P_0 = 75,71 \text{ (1)}$$

$$P_a = 37,75 \text{ (1)}$$

$$\theta = 294,3 \text{ (2)}$$

$$\eta = 185,9 \text{ (3)}$$

$$A = 49,6 \frac{P_0}{\eta} = 20,20$$

$$B = 0,1374 \frac{\theta}{P_0} = 0,533$$

(1) ÉPOQUES (4)	(2) Cs (T) 1 ^{re} exp. (5)	(3) Cs (T) 2 ^e exp. (5)	(4) Cs (T) moy. (5)	(5) t	(6) C (t, p _a)
0	0	0	0	0	0
15	142,5	140,4	141,4	303,0	75,35
30	266,5	258,9	262,7	606,0	140,0
45	374,0	372,4	373,2	909,0	199,0
60	480,5	477,4	478,9	1212,0	260,8
90	693,0	684,4	688,7	1818,0	367,2
120	887,0	880,4	883,7	2424,0	471,0
150	1082,0	1069,4	1075,7	3030,0	573,5
180	1258,0	1259,4	1258,7	3636,0	671,0

(1) En cm de mercure à 0°. (2) En °K. (3) En micropoises. (4) En secondes. (5) En cm³ à 0° et 76 cm Hg.

TABLEAU 4,6-11.

Production réduite en fonction de la pression de sortie réduite, pour les valeurs du temps réduit en cotes rondes.

TEMPS RÉDUIT	PRESSION DE SORTIE RÉDUITE											
	0,9499	0,8994	0,8561	0,8469	0,8047	0,7484	0,6961	0,6917	0,6513	0,6002	0,5527	0,4986
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
300	9,59	19,74	24,35	28,30	36,36	43,33	51,33	52,56	59,72	62,06	71,63	74,60
600	17,83	35,27	46,85	52,85	64,43	79,55	95,35	97,22	108,18	118,75	129,72	138,60
900	24,90	50,29	67,49	74,34	94,97	113,01	133,97	137,53	154,82	169,34	184,95	197,01
1200	32,28	64,12	86,87	95,84	121,30	145,68	173,49	176,65	196,41	217,55	235,04	258,19
1500	39,32	77,95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1800	45,96	91,69	124,83	137,65	174,30	210,23	248,28	251,54	280,98	311,61	335,52	363,53
2100	52,76	104,43	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2400	59,39	117,37	162,00	174,82	223,65	270,24	320,30	325,44	361,50	398,65	431,85	466,29
2700	65,82	130,12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3000	72,62	142,37	198,38	211,99	273,90	331,04	389,46	397,17	438,86	486,09	523,24	567,77
3300	78,94	154,82	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3600	84,96	167,56	232,70	250,45	320,29	386,41	458,92	464,35	514,93	567,60	616,01	664,29

Cet écart est en moyenne de $-1,5\%$; il est plus faible dans la partie du champ expérimental correspondant aux fortes pressions différentielles et aux grandes valeurs du temps réduit.

Il semble donc que l'équation (4,62) représente

bien les phénomènes dans ces conditions. Par contre, pour les valeurs faibles de la pression différentielle, l'équation (4,42) est plus exacte ; (nous avons prouvé au § 4,5 que l'écart était inférieur à 1%).

D'ailleurs, l'équation (4,62) donne nécessai-

TABLEAU 4,6-12.

Valeur de $Q_0(t)$ ($1 - p_a^2$).

TEMPS RÉDUIT	$Q_0(t)$	p_a 0,9499	p_a 0,8994	p_a 0,8561	p_a 0,8469	p_a 0,8047	p_a 0,7484	p_a 0,6961	p_a 0,6513	p_a 0,6002	p_a 0,5527	p_a 0,4986
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
300	105,80	10,14	20,22	28,30	29,95	37,32	46,60	54,55	60,95	67,70	72,90	78,80
600	189,70	18,52	36,30	50,70	53,60	66,80	83,40	97,80	109,30	121,50	131,80	142,60
900	267,70	26,25	51,10	71,60	75,60	94,20	118,00	138,00	154,10	171,00	186,00	201,00
1200	342,50	33,54	65,40	91,50	96,90	120,40	150,50	176,50	197,10	219,00	238,00	257,50
1500	413,60	40,40	79,00	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1800	482,50	47,20	92,20	129,00	136,50	170,00	212,50	249,00	278,20	309,00	335,50	363,00
2100	554,50	51,70	101,20	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2400	625,00	61,00	119,50	167,00	176,70	220,00	275,10	322,50	360,00	400,00	434,00	470,00
2700	692,50	67,60	132,50	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3000	759,00	74,20	145,10	203,00	214,50	267,50	334,50	391,00	437,00	486,00	527,50	570,50
3300	824,00	80,40	157,50	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3600	889,00	86,80	170,00	238,00	251,00	313,00	391,00	458,50	512,00	569,00	618,00	668,00

TABLEAU 4,6-13.

Valeur de $\frac{C(t, p_a) - Q_0(t)(1 - p_a^2)}{Q_0(t)(1 - p_a^2)}$

TEMPS RÉDUIT	p_a 0,9499	p_a 0,8994	p_a 0,8561	p_a 0,8469	p_a 0,8047	p_a 0,7484	p_a 0,6961	p_a 0,6513	p_a 0,6002	p_a 0,5527	p_a 0,4986
0	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
300	— 8,1	— 4,6	— 13,9	— 5,5	— 2,5	— 7,0	— 5,9	— 2,0	— 8,3	— 1,7	— 5,3
600	— 3,7	— 2,8	— 7,6	— 1,4	— 3,5	— 1,0	— 2,5	— 1,0	— 2,3	— 0,8	— 2,8
800	— 5,1	— 1,6	— 6,0	— 1,7	+ 0,8	— 4,4	— 3,0	+ 0,4	— 1,0	— 0,6	— 1,5
1200	— 3,8	— 2,0	— 5,1	— 1,1	+ 0,7	— 3,3	— 1,8	— 0,2	— 0,7	— 1,4	+ 0,3
1500	— 2,6	— 1,3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1800	— 2,6	— 0,5	— 3,2	+ 0,8	+ 2,5	— 1,0	— 0,3	+ 1,0	+ 0,8	0	+ 0,1
2100	— 2,7	— 1,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2400	— 1,0	— 1,8	— 3,0	— 1,0	+ 1,6	— 1,9	— 0,7	+ 0,4	— 0,4	— 0,5	— 0,8
2700	— 2,6	— 1,8	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3000	— 2,1	— 1,9	— 2,3	— 1,2	+ 2,3	— 1,0	— 3,9	+ 0,3	0	— 0,8	— 0,6
3300	— 1,8	— 2,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3600	— 2,1	— 1,4	— 2,2	— 0,2	+ 2,3	— 1,2	+ 0,1	+ 0,6	— 0,2	— 0,3	— 0,6
Somme algébrique des écarts											
Ecart moyen en %											
Moyenne générale : $-1,5\%$											

rement des résultats supérieurs en valeur absolue à ceux de l'équation (4,42), car l'inégalité :

$$1 - p'^2 > 2(1 - p')p'$$

est toujours vérifiée ; elle se réduit en effet à :

$$p'^2 - 2p' + 1 > 0$$

ou

$$(1 - p')^2 > 0.$$

L'écart entre les deux expressions est caractérisé par la différence :

$$(1 - p'^2) - 2p'(1 - p') = (1 - p')^2$$

et l'écart relatif par :

$$E = \frac{(1 - p')^2}{1 - p'^2} = \frac{1 - p'}{1 + p'}.$$

Si $p' = 1 - \varepsilon$

$$E = \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon} \approx \frac{\varepsilon}{2}.$$

Ainsi, si $\varepsilon = 0,05$ $E = 0,025$.

Ce chiffre est bien voisin du chiffre obtenu au tableau 4 6 — 13 : pour $p_a = 0,9499$, entre $Q_o(t) (1 - p_a^2)$ et $C(t, p_a)$ expérimental, on a un écart moyen

$$E = 0,030$$

Il ne serait d'aucune utilité d'étudier l'écart pour des valeurs supérieures de la pression différentielle, puisque l'équation (4,42) ne représenterait plus alors les phénomènes physiques.

La planche n° 4,61 montre les valeurs de $C(t, p_a)$ expérimentales et calculées.

La signification de l'équation (4,61) mérite qu'on s'y arrête. Cette équation exprime la proportionnalité des productions cumulées standard et des quantités $(1 - p_a^2)$ pour une même valeur du temps réduit. On est donc fondé à écrire $C_s(T, P_a) = (1 - p_a^2) \varphi(T)$.

Mais nous avons écrit l'équation (1,54) propre au mouvement permanent :

$$Q_m = \frac{\pi h k b}{\eta} \frac{P_o^2 - P_a^2}{L \frac{R}{a}}$$

qui établit pour un gisement limité donné la proportionnalité du débit massique à la quantité $(1 - p_a^2)$.

Or, les productions cumulées standard sont liées aux débits instantanés, en régime transitoire par :

$$C_s(T, P_a) = \int_0^T Q_s(T, P_a) dt$$

Si

$$C_s(T, P_a) = \varphi(T) (1 - p_a^2)$$

on a donc :

$$Q(T, P_a) = \frac{1}{\Delta} \left(1 - p_a^2 \right) \frac{d\varphi}{dT}$$

en sorte que l'équation (4,61) signifie que, pour une même valeur du temps réduit, le rapport des débits transitoires obtenus avec les pressions de sortie réduites p_1 et p_2 est égal à celui des débits permanents que l'on obtiendrait avec ces mêmes pressions.

Mais si l'on se reporte à la courbe $C_s(T, p_a)$ tracée sur la figure 4,21, on constate que cette courbe devient linéaire à partir d'une certaine époque qui correspond à l'établissement du régime permanent. Celui-ci est représenté par la pente de cet élément linéaire, qui part tangentiellement à la partie courbe de $C_s(T)$. Ce fait exprime que le débit permanent est la limite atteinte par le débit transitoire, étant donnée l'extension du système. Toute tangente à la courbe $C_s(T)$ peut être interprétée comme représentant le prolongement de la courbe $C_s(T)$ si l'on supprimait toute la partie du gisement se trouvant au delà d'une certaine distance.

Le fait que, pour une même valeur du temps réduit, les débits transitoires obtenus avec les pressions de sortie P_1 et P_2 sont dans le rapport des débits permanents, implique que le terme

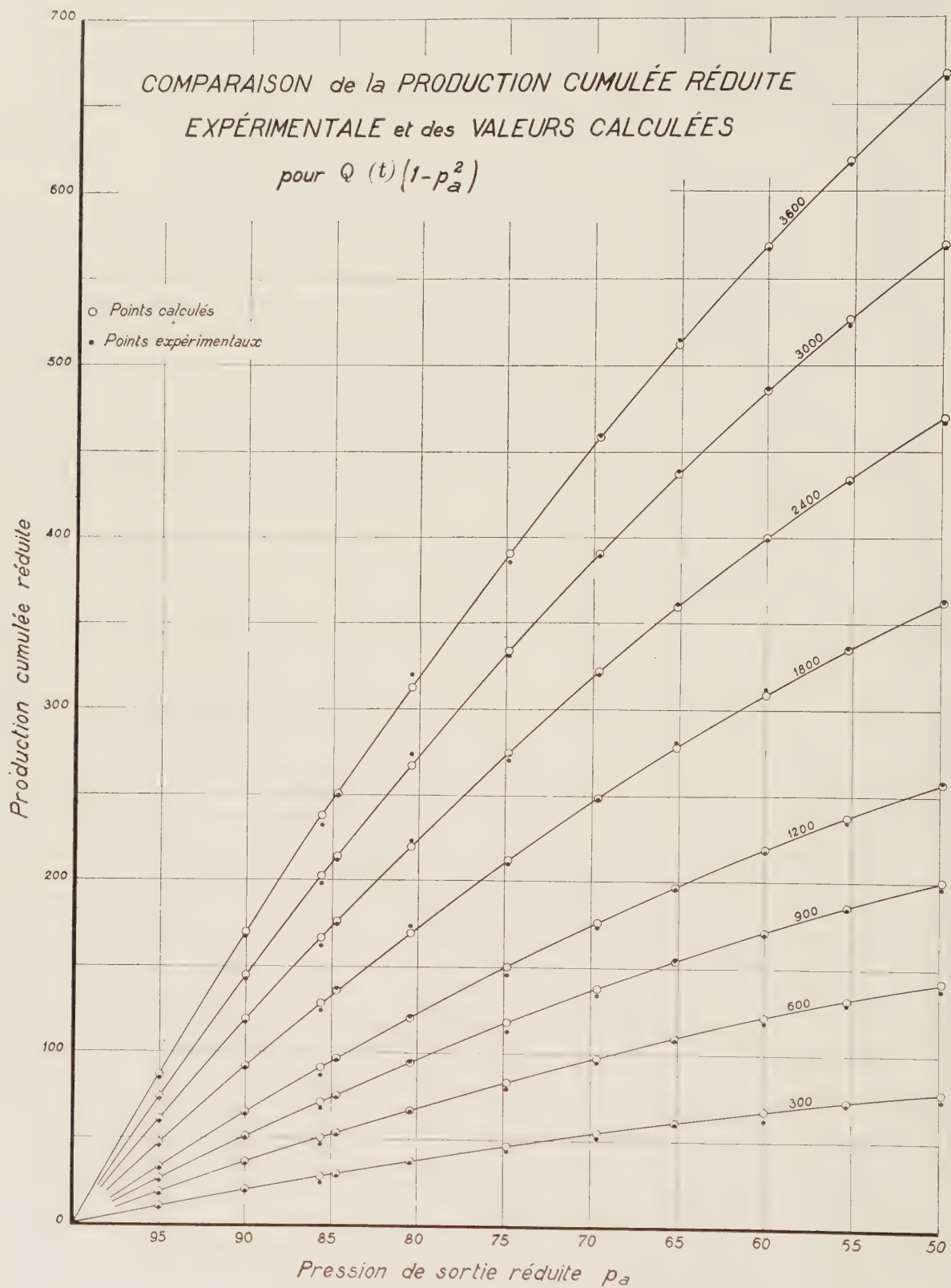
$L \frac{R}{a}$ de l'équation (1,54) ait la même valeur dans

les deux cas, **c'est-à-dire que la vitesse de perturbation est indépendante de la pression différentielle.**

Ce fait a d'ailleurs été, expérimentalement contrôlé, car il a fallu toujours pratiquement le même temps pour obtenir le régime permanent avec le modèle quelle qu'ait été la pression de sortie dans la gamme étudiée.

Cette constatation peut s'expliquer par le fait que si la pression différentielle varie, les phénomènes sont plus énergiques, mais en revanche, les quantités de fluide à extraire du gisement sont plus considérables. L'effet moteur et le travail à exercer étant tous deux proportionnels à une même quantité, il n'est pas anormal que le temps nécessaire à l'accomplissement de cette tâche demeure constant.

Cette manière de voir ne saurait toutefois être rigoureusement exacte car la répartition des pressions dans le gisement au cours du régime transitoire n'est pas exactement celle qui résulterait d'une succession de régimes per-



PL. 4,61.

manents. Il est visible sur les photographies de la planche 4,2 que les courbes de pression en fonction de la distance s'incurvent sensiblement

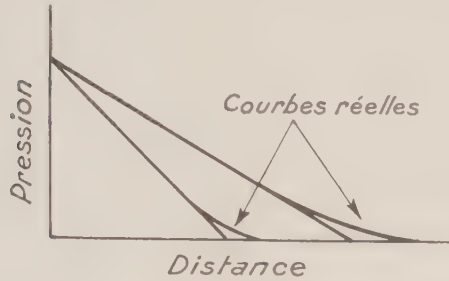


FIG. 4,62.

à une certaine distance de la sonde, à toutes les époques.

La perturbation atteint des points situés au delà de celui qui correspondrait à la valeur de $L \frac{R}{a}$ déduite de la valeur du débit instantané correspondant, comme le montre la figure 4,62. Il ne faut donc considérer l'équation (4,62) que comme une approximation capable de rendre service dans la pratique.

Nous nous servirons de la remarque faite au sujet de l'indépendance de la vitesse de perturbation et de la pression de sortie pour étendre aux gaz réels les résultats trouvés pour les gaz parfaits, qui sont synthétisés par l'équation (4,62).

CHAPITRE V

Effet des variations de la pression de sortie. Application du principe de superposition.

Nous avons étudié jusqu'ici l'écoulement du gaz à partir d'une couche en équilibre, sous l'effet d'une pression de sortie constante dans le temps.

Nous allons étudier maintenant expérimentalement l'effet d'une variation brusque de la pression de sortie en vue de voir dans quelle mesure s'applique le principe de superposition. L'équation aux dérivées partielles régissant le mouvement du gaz n'étant pas linéaire, on doit se demander si ce principe s'applique ou non. On peut néanmoins s'attendre à ce qu'il soit valable dans la gamme de pression qui justifie la réduction de l'équation aux dérivées partielles à la forme linéaire. Nous allons voir qu'il est valable même au delà.

Nous terminerons par l'observation des effets d'une variation progressive de la pression de sortie telle qu'elle se produit dans un sondage que l'on ferme en surface et à l'intérieur duquel la pression remonte progressivement.

5,1 — Conduite des expériences en débit et résultats expérimentaux.

La sortie du gisement a été reliée aux deux débitmètres par un robinet à trois voies permettant de commencer l'écoulement avec une certaine pression de sortie P_a et de la poursuivre avec une autre pression de sortie P'_a .

Nous avons fait deux essais ; l'un dans la

gamme des faibles pressions différentielles, l'autre dans la gamme des fortes.

Le tableau 5,11 donne les résultats de la première expérience. On y trouvera successivement :

- les valeurs du temps réel,
- celles de la production du premier débitmètre,
- celles de la production du deuxième débitmètre,
- celle de la production globale,
- les valeurs du temps réduit,
- les valeurs des productions calculées pour la première impulsion $C_{S_1}(T)$,
- les valeurs du temps réduit pour la deuxième impulsion,
- celles des productions calculées pour la seconde impulsion $C_{S_2}(T)$
- la valeur globale $C_{S_1}(T) + C_{S_2}(T) = C_S(T)$.

Les expériences ont été poussées jusqu'à 5 minutes (temps réduit 6000 environ, étant données les nécessités opératoires et le fait que le modèle donne des résultats pratiquement exacts jusqu'à cette limite de temps). On écrit ici, par application du principe de superposition en utilisant les équations (4,42 bis) et (4,62) :

$$C_S(T) = \frac{1}{0,06872} \frac{P_o}{\theta} (1 - p_a) p_a Q_o(t) + \frac{1}{0,13744} \frac{P_o}{\theta} (p_a^2 - p_a'^2) Q_o(t - t_1) \quad (5,11)$$

TABLEAU 5, II.

Superposition à faibles dépressions.

$$\begin{aligned}
 P_0 &= 75,85 & P_a &= 73,05 & b &= 205,2 & p_a &= 0,0031 \\
 & & P'_a &= 68,70 & r_1 &= 180,4 & p'_a &= 0,0069 \\
 & & A_1 &= A_2 & &= 20,24 & &
 \end{aligned}$$

(1) TEMPS RÉEL I° IMP.	(2) PROD. C _s (T)	(3) TEMPS RÉDUIT I	(4) C _{s1} (T)	(5) TEMPS RÉDUIT 2	(6) C _{s2} (T)	(7) PROD. CALCULÉE	(8) (7) - (2) (7)
0	0	0	0			0	—
15	14	303,6	14,3			14,3	+ 2
30	26,5	607,2	25,6			25,6	— 3,6
45	36,5	910,8	36,1			36,1	— 1
60	46,0	1214,4	46,1			46,1	0
75	56,6	1518,0	55,7			55,7	+ 1,8
90	66,5	1821,6	65,0			65,0	— 2
105	75,2	2125,2	74,8			74,8	— 1
120	84,6	2428,8	84,2			84,2	— 0,5
135	94,4	2732,4	93,3			93,2	— 1
150	103,0	3036,0	102,2			102,2	— 1
157,5 (1)	107,0	3187,8	106,7	0	0	106,7	— 0,3
165	123,5	3339,6	114,0	151,8	12,0	123,0	— 0,4
180	149,5	3643,2	119,6	455,4	29,8	149,4	0
195	176,0	3946,8	128,3	759,0	46,0	174,0	— 1,3
210	200,0	4250,4	136,8	1062,6	61,3	198,1	— 1
225	222,0	4554,0	145,3	1366,2	75,9	221,2	— 0,4
240	245,5	4857,0	154,0	1669,8	90,2	244,2	— 0,5
255	268,0	5161,2	162,3	1973,4	104,5	266,8	— 0,4
270	291,0	5464,8	170,9	2277,0	118,4	289,3	— 0,5
285	312,0	5768,4	179,2	2580,6	132,0	311,2	— 0,2
300	333,0	6072	187,6	2884,2	145,6	333,2	0

(1) Époque du changement de pression.

soit, pour la première expérience :

$$C_s(T) = 0,133 Q_0(t) + 0,199 Q_0(t - t_1)$$

La figure 5,II montre la courbe théorique obtenue à l'aide de l'équation 5,II et les résultats expérimentaux.

On peut conclure de l'examen de ces documents, que le principe de superposition s'applique pour les faibles dépressions.

Le tableau 5,12 contient les mêmes éléments pour la deuxième expérience :

On a ici :

$$C_s(T) = 0,375 Q_0(t) + 0,3055 Q_0(t - t_1).$$

On peut constater que le principe de superposition s'applique encore, sur le tableau, ou sur la figure 5,12.

5.2. — Étude théorique des remontées de pression dans le sondage.

Une étude particulièrement utile dans la pratique est celle de la remontée de pression dans une sonde à gaz lorsqu'on la ferme en surface, et nous avons vérifié à l'aide du modèle analogique l'application du principe de superposition dans ce cas.

Nous avons laissé le gisement débiter à pression de sortie constante pendant des temps variables et avons fermé la sortie des gaz, reliée seulement à un manomètre.

Nous avons relevé les courbes de remontée de pression et recherché à l'aide des équations déduites de l'application du principe de superposition les caractéristiques du modèle à partir de chacune de ces courbes.

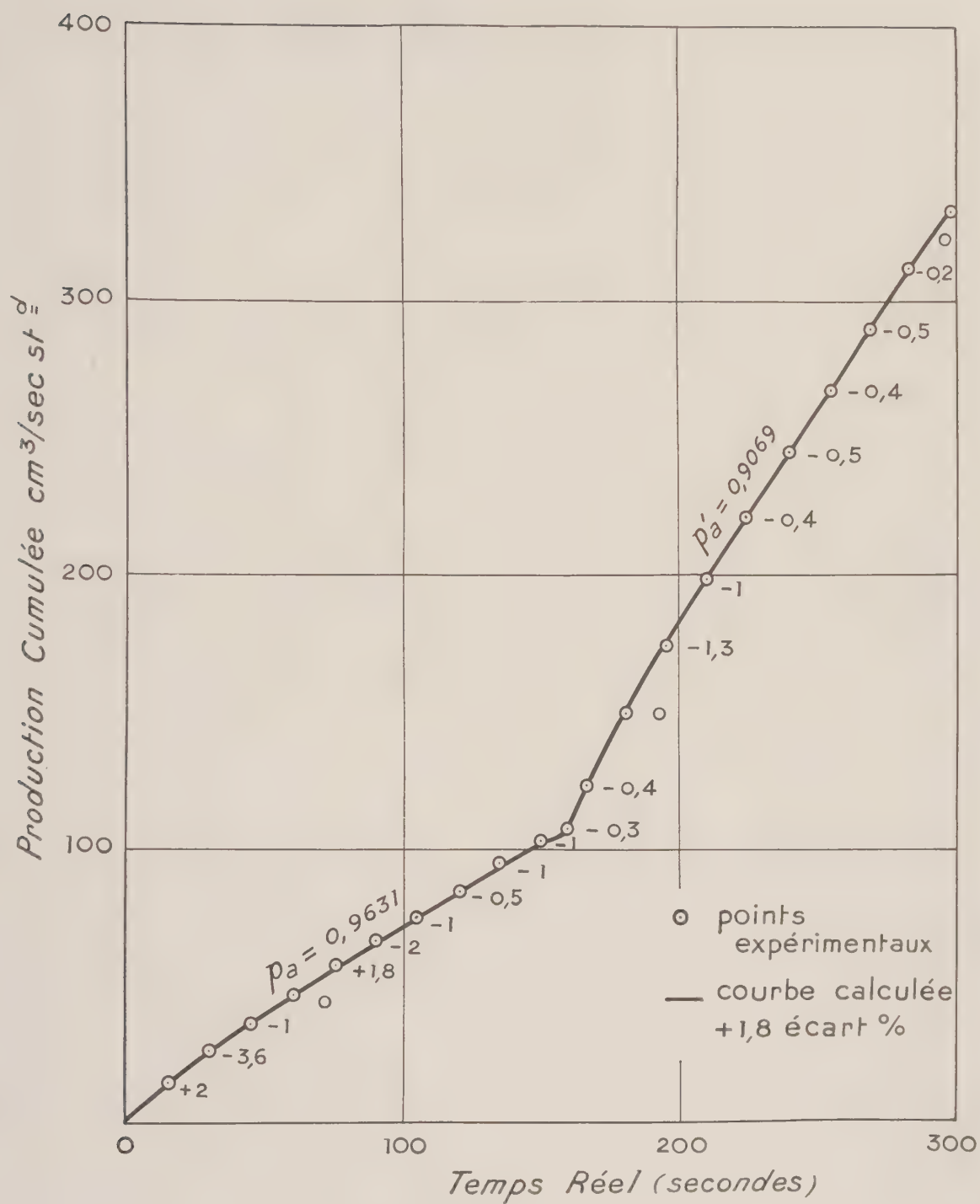


FIG. 5, II.

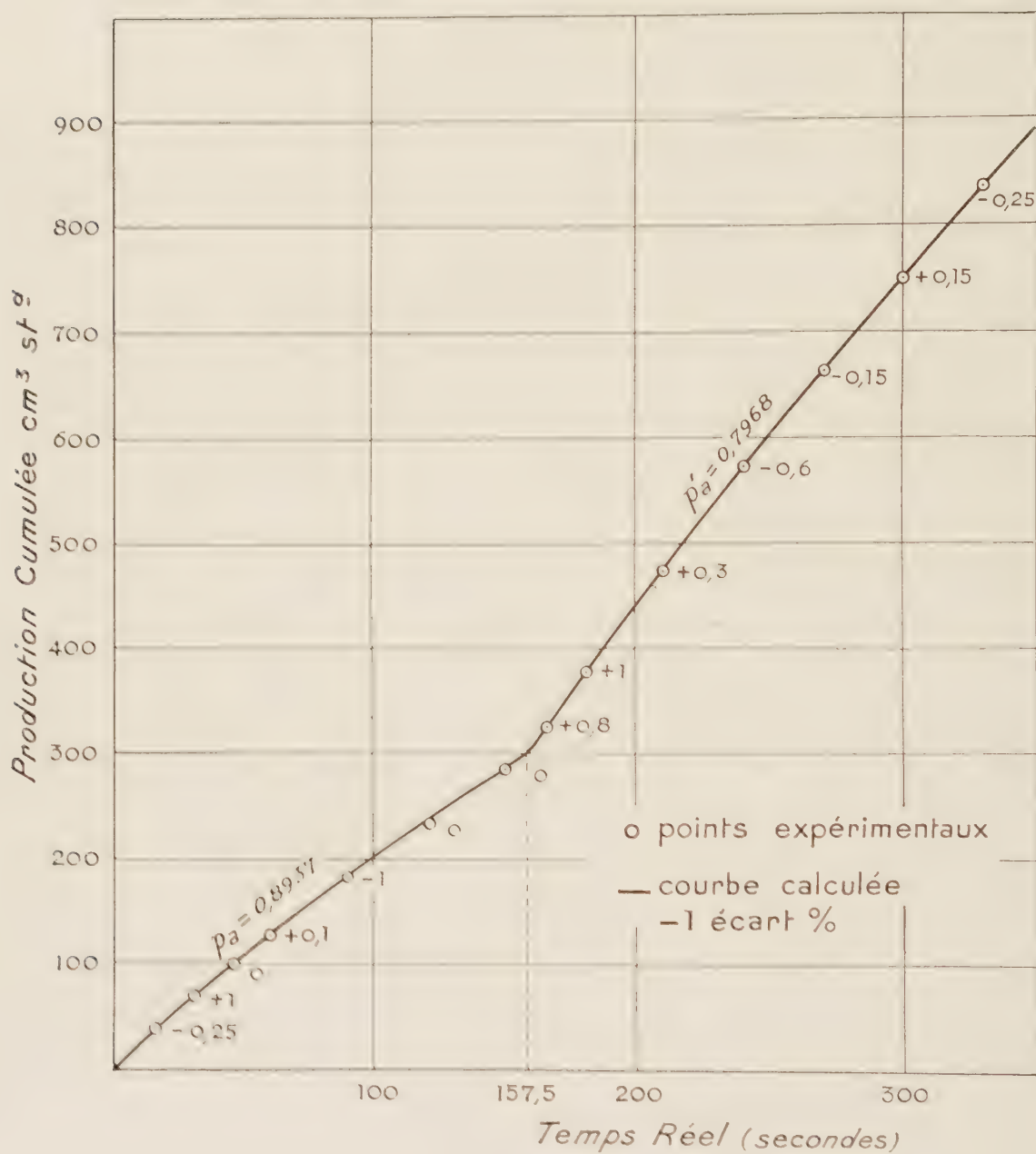


FIG. 5,12.

TABLEAU 5, 12.

Superposition à forte dépression.

$$P_0 = 75,85$$

$$P_a = 67,48$$

$$\theta = 294,8$$

$$p_a = 0,8937$$

$$P'_a = 60,16$$

$$\eta = 186,2$$

$$p'_a = 0,7968$$

$$\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad 20,12$$

(1) TEMPS RÉEL	(2) PROD. C _s (T)	(3) TEMPS RÉDUIT I	(4) C _{s1} (T)	(5) TEMPS RÉDUIT 2	(6) C _{s2} (T)	(7) PROD. CALCULÉE	(8) (7)-(2) %
0	0	0	0			0	
15	40	301,8	39,9			39,9	— 0,25
30	71	603,6	71,6			71,6	+ 1
45	100,5	905,4	101,3			101,3	0
60	129	1272,0	129,5			129,5	+ 0,4
90	184	1810,8	182,1			182,1	— 1
120	236	2414,4	235,9			235,9	0
150	287	3018,0	286,7			286,7	0
157,5	298,5	3170,0	298,6	0	0	298,6	0
165	326,5	3320,0	310,7	15,1	18,3	329,0	+ 0,8
180	378,5	3625,0	335,4	45,3	45,6	381,0	+ 1
210	476,5	4230,0	384,1	105,6	93,6	477,7	+ 0,3
240	573,5	4830,0	432,0	1661,0	138,0	570,0	— 0,6
270	661,5	5435,0	479,0	2264,0	181,0	660,0	— 0,15
300	747,5	6035,0	525,5	2867,0	223,0	748,5	+ 0,15
330	837,5	6640,0	572,0	3472,0	263,0	835,0	— 0,25

Le calcul a été mené comme il est exposé ou ci-dessous. Nous avons distingué deux cas :

$$C_s(T_0) = A' Q_0(t_0) (P_0^2 - P_a^2) \quad (5,22)$$

— celui où la fermeture intervient alors qu'on n'a pas encore établi de mouvement permanent,

en posant :

$$A' = \frac{\pi h \omega a^2}{P_0} \frac{1}{H} \frac{273}{\theta} \quad (5,23)$$

— celui où la fermeture intervient après établissement d'un mouvement permanent.

1^{er} cas. — Fermeture en écoulement transitoire.

Au moment t_0 de la fermeture, la production cumulée est donnée par l'équation :

$$C_s(T_0) = \pi h \omega a^2 \frac{P_0}{H} \frac{273}{\theta} Q_0(t_0) (1 - p_a^2) \quad (5,21)$$

Aussitôt que l'on ferme la sonde, on assiste à une remontée de pression à son pied, en sorte que le diagramme des pressions revêt l'aspect de la fig. 5,21. A la courbe continue de remontée de pression, nous substituerons une succession de paliers en découpant le temps écoulé depuis la fermeture en intervalles égaux.

A l'époque t_1 qui termine le premier palier, nous aurons :

$$C_s(T_1) = \pi h \omega a^2 \frac{P_0}{H} \frac{273}{\theta} \left\{ Q_0(t_1) (1 - p_a) + [Q_0(t_1 - t_0)] (p_a^2 - p_a'^2) \right\} \quad (5,24)$$

p'_a désignant la pression moyenne dans l'intervalle de temps $(T_1 - T_0)$ on écrira, compte tenu de l'équation 5,23

$$C_s(T_1) = A' [(P_0^2 - P_a^2) Q_0(t_1) + (P_a^2 - P_a'^2) Q_0(t_1 - t_0)] \quad (5,25)$$

A l'instant T_2 on aurait :

$$C_s(T_2) = A' \{ (P_0^2 - P_a^2) Q_0(t_2) + (P_a^2 - P_a'^2) Q_0(t_2 - t_0) + (P_a'^2 - P_a''^2) Q_0(t_2 - t_1) \} \quad (5,26)$$

et ainsi de suite pour les époques ultérieures.

La division membre à membre des équations (5,25) et (5,22) conduit à :

$$\frac{C_s(T_1)}{C_s(T_0)} = \frac{Q_0(t_1)}{Q_0(t_0)} + \frac{P_a^2 - P_a'^2}{P_0^2 - P_a'^2} \frac{Q_0(t_1 - t_0)}{Q_0(t_0)} \quad (5,27)$$

Nous pouvons choisir l'époque T_1 de manière à ce que l'intervalle de temps qui sépare T_1 de l'époque T_0 de la fermeture soit égal à celui qui sépare la fermeture de l'ouverture, c'est-à-dire que $t_1 = 2 t_0$.

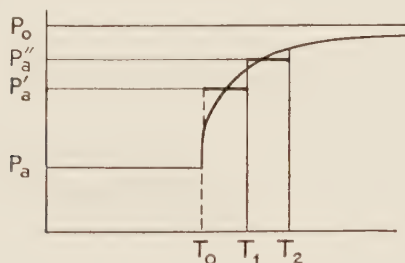


FIG. 5,21.

L'équation (5,25) se réduit alors à :

$$\frac{C_s(T_1)}{C_s(T_0)} = \frac{Q_0(2 t_0)}{Q_0(t_0)} + \frac{P_a^2 - P_a'^2}{P_0^2 - P_a'^2} \quad (5,28)$$

Nous pouvons évidemment connaître $C_s(T_1)$ et $C_s(T_0)$ et les valeurs de P_0 , P_a et P_a' , en sorte que l'équation (5,28) nous donnera la valeur de

$$\frac{Q_0(2 t_0)}{Q_0(t_0)}.$$

Il nous est facile, connaissant la fonction Q_0 de dresser une table des valeurs de $\frac{Q_0(2 t)}{Q_0(t)}$ en fonction de $2 t$ par exemple. C'est ce que montre le tableau 5,21.

Cette table fait aussi l'objet de la figure 5,22.

Il est donc aisé de trouver la valeur de $(2 t_0)$ qui correspond à celle du rapport $\frac{Q_0(2 t_0)}{Q_0(t_0)}$.

Comme on connaît la valeur de $2 t_0$ et celle de $(T_1 - T_0)$ qui lui correspond dans l'échelle des époques réelles, on aura :

$$\frac{k P_0}{\omega \eta a^2} = \frac{2 t_0}{T_1 - T_0}$$

TABEAU 5,21.

VALEUR DE $2 t$	VALEUR DE $\frac{Q_0(2 t)}{Q_0(t)}$
10^{-1}	1,455
1	1,540
10	1,635
10^2	1,733
10^3	1,805
10^4	1,850
10^5	1,880
10^6	1,900
10^7	1,910

Les valeurs de $Q_0(2 t_0)$ et de $Q_0(t_0)$ étant obtenues, l'une quelconque des équations (5,22) ou (5,25) donnera la valeur de A' c'est-à-dire celle du groupe $\frac{\pi h \omega a^2}{P_0} \frac{1}{H} \frac{273}{\theta}$.

On aura donc deux équations pour relier les inconnues k et ω si l'on connaît la viscosité η du fluide, la pression d'équilibre P_0 et le rayon « a » du trou de sonde. On observera d'ailleurs que l'inconnue ω intervient par le groupe $\frac{\omega a^2}{P_0}$ en sorte qu'on est assuré d'obtenir la perméabilité du terrain, sans qu'il soit besoin de connaître les valeurs de ω , a^2 et P_0 séparément.

2^e cas. — Fermeture en écoulement pseudo-permanent.

Si nous reprenons les équations (5,22), (5,25) et (5,26), nous pouvons retrancher membre à membre (5,22) de (5,25) d'une part et (5,22) de (5,26) d'autre part ; nous obtenons :

$$C_s(T_1) - C_s(T_0) = A' \{ (P_0^2 - P_a^2) [Q_0(t_1) - Q_0(t_0)] + (P_a^2 - P_a'^2) Q_0(t_1 - t_0) \} \quad (5,25 \text{ bis})$$

$$C_s(T_2) - C_s(T_0) = A' \{ (P_0^2 - P_a^2) [Q_0(t_2) - Q_0(t_0)] + (P_a^2 - P_a'^2) Q_0(t_2 - t_0) + (P_a'^2 - P_a''^2) Q_0(t_2 - t_1) \} \quad (5,26 \text{ bis})$$

Si l'on se reporte à l'équation (5,22), on peut considérer que si la sonde n'avait pas été fermée, on aurait eu :

$$C_S(T_1, P_a) = A' Q_0(t_1) (P_o^2 - P_a^2)$$

$$C_S(T_2, P_a) = A' Q_0(t_2) (P_o^2 - P_a^2)$$

avec :

$$C_S(T_0, P_a) = A' Q_0(t_0) (P_o^2 - P_a^2)$$

c'est-à-dire que l'on peut écrire, en éliminant tous les C_S :

$$A' [Q_0(t_1) - Q_0(t_0)] (P_o^2 - P_a^2) = (T_1 - T_0) q_s$$

$$A' [Q_0(t_2) - Q_0(t_0)] (P_o^2 - P_a^2) = (T_2 - T_0) q_s$$

et par suite, en reportant ce résultat dans les équations (5,25 bis) et (5,26 bis), on obtiendra :

$$C_S(T_1) - C_S(T_0) - (T_1 - T_0) q_s = A' [(P_a^2 - P_a'^2) Q_0(t_1 - t_0)] \quad (5,25 \text{ ter})$$

$$C_S(T_2) - C_S(T_0) - (T_2 - T_0) q_s = A' [(P_a^2 - P_a'^2) Q_0(t_2 - t_0) + (P_a'^2 - P_a''^2) Q_0(t_2 - t_1)] \quad (5,26 \text{ ter})$$

Mais si q_s est le débit standard pseudo-permanent de la sonde au moment de la fermeture, on a, compte tenu des hypothèses faites sur T_0 , T_1 et T_2 :

$$C_S(T_1) - C_S(T_0) = (T_1 - T_0) q_s$$

$$C_S(T_2) - C_S(T_0) = (T_2 - T_0) q_s$$

Leur rapport ne fera plus intervenir que les quantités

$$Q_0(t_1 - t_0) \text{ et } Q_0(t_2 - t_0).$$

Or, nous pouvons arbitrairement choisir t_1 et t_2 et en particulier faire en sorte que, tout comme précédemment :

$$t_2 - t_0 = 2(t_1 - t_0).$$

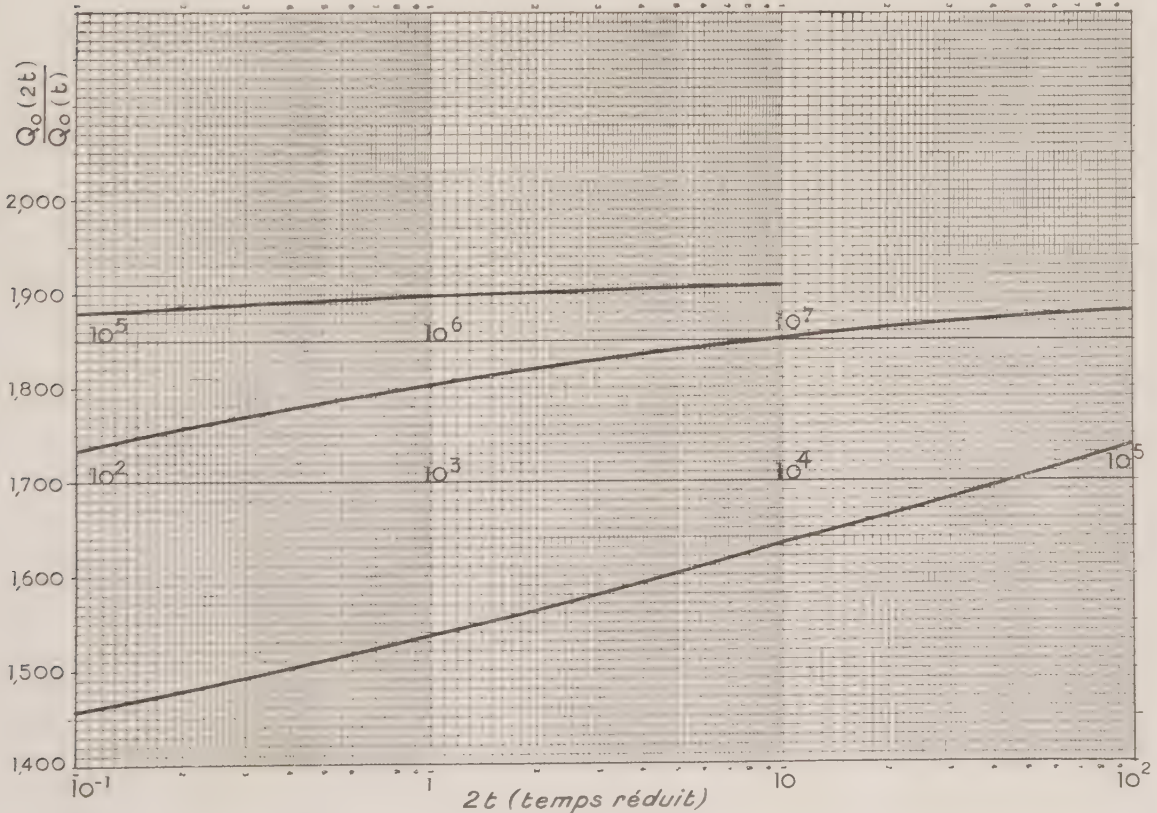


FIG 5,22.

Le rapport des équations (5,25 *ter*) et (5,26 *ter*) s'écrira donc :

$$\frac{C_s(T_2) - C_s(T_0) - (T_2 - T_0) q_s}{C_s(T_1) - C_s(T_0) - (T_1 - T_0) q_s} = \frac{Q_0[2(t_1 - t_0)]}{Q_0(t_1 - t_0)} + \frac{P_a'^2 - P_a''^2}{P_a'^2 - P_a''^2} \quad (5,28 \text{ bis})$$

puisque $Q_0(t_2 - t_1) = Q_0(t_1 - t_0)$.

Cette équation nous donnera donc la valeur du rapport

$$\frac{Q_0(2t')}{Q_0(t')}$$

(en introduisant le temps compté depuis la fermeture t') et l'une quelconque des équations (5,25 *ter*) ou (5,26 *ter*) donnera la valeur de A' .

5,3. — Conduite des expériences de remontée de pression et résultats pratiques dans le cas d'une fermeture intervenant en état transitoire.

On a monté sur la sortie du gisement un manomètre à mercure. Le volume compris entre le robinet limitant le gisement et le ménisque du mercure en équilibre à la pression atmosphérique est de $v \text{ cm}^3$ (fig. 5,31).

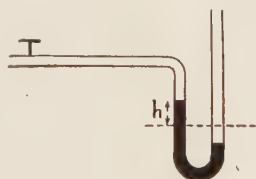


FIG. 5,31.

La quantité standard d'air contenue dans la tubulure $V_{SS'}$, lorsque la pression est P_{a_i} , est donnée par :

$$V_{SS'} = (v - \sigma h) \frac{P_{a_i}}{P_0} \frac{273}{T}$$

On a ici : $v = 90 \text{ cm}^3$ $\sigma = 0,385 \text{ cm}^2$.

On peut donc connaître à chaque instant au cours de la remontée de pression, la production cumulée du gisement.

1) 1^{re} série d'expériences. — Expérience E. 30.

Le gisement a été mis à l'époque 0 en com-

munication avec son débitmètre, sous la pression de 617,5 mm de mercure.

La température d'écoulement était de 19,5 °C et la pression d'équilibre de 770,5 mm de mercure. A l'époque 30 sec., l'écoulement vers le débitmètre a été interrompu et le débit de la couche n'a plus intéressé que la sonde représentée par la conduite et le manomètre. La courbe de remontée de pression enregistrée figure sur le tableau 5,32 ci-dessous.

TABLEAU 5,32

1 ^{er} essai		2 ^e et 3 ^e essais		
ÉPOQUE sec.	PRES- SION	ÉPO- QUES sec.	PRESSION	
			2 ^e ESSAI	3 ^e ESSAI
ouverture : 0	617,5	0	617,5	617,5
fermeture : 30	617,5	30	617,5	617,5
40	723,5	45	733,0	733,0
50	741,0	60	748,5	748,5
60	748,5	75	755,5	755,5
70	754,5	90	758,5	758,5
80	758,5	105	761,5	761,5
90	758,5	120	762,5	762,5
100	760,5	135	763,5	763,5
110	762,5	150	764,5	764,5
150	764,5	180	765,5	765,5
180	766,5			

La production cumulée obtenue au moment de la fermeture est de 133 cm³.

Pour exploiter cette courbe de remontée de pression, nous prendrons les époques 30 sec. et 60 sec. comme époques T_0 et T_1 .

La pression moyenne de t_0 à t_1 , c'est-à-dire de 30 à 60 sec., est de 726 mm ainsi qu'il résulte de l'intégration de la courbe de remontée de pression que l'on verra sur la figure 5,32.

Les équations (5,22) et (5,25) s'écriront ici :

$$C_s(30 \text{ sec.}) = A' Q_0(30 \text{ K}) 2124 \quad (5,22 \text{ bis})$$

$$C_s(60 \text{ sec.}) = A' Q_0(60 \text{ K}) 2124 - Q_0(30 \text{ K}) 1480 \quad (5,25 \text{ bis})$$

On a d'autre part :

et $C_s (30 \text{ sec.}) = 133$
 $C_s (60 \text{ sec.}) = 133 + 16,8$
 $= 149,8$
 car $\Delta V_{ss} = 82,8 - 66,0$
 $= 16,8$

On en déduit pour l'équation (5,28)

$$\frac{148,6}{133,0} = \frac{Q_0 (60 \text{ K})}{Q_0 (30 \text{ K})}$$

$$= \frac{1457}{2124}$$

soit :

$$\frac{Q_0 (60 \text{ K})}{Q_0 (30 \text{ K})} = 1,126 + 0,687$$

$$= 1,813$$

On en déduit d'après la figure 6,62

$$60 \text{ K} = 1300$$

soit $K = 21,6$

On a donc :

$$Q_0 (30 \text{ K}) = Q_0 (648)$$

$$= 202,3 \quad (\text{cf. Annexe 1})$$

et on en déduit, à partir de (6,61 bis) :

$$A' = \frac{133}{202,3 \cdot 2124}$$

$$= 0,31 \cdot 10^{-3}$$

c'est-à-dire qu'on a les deux équations :

$$\frac{\pi h \omega a^2}{P_0} \frac{1}{H} \frac{273}{\theta} = 0,31 \cdot 10^{-3}$$

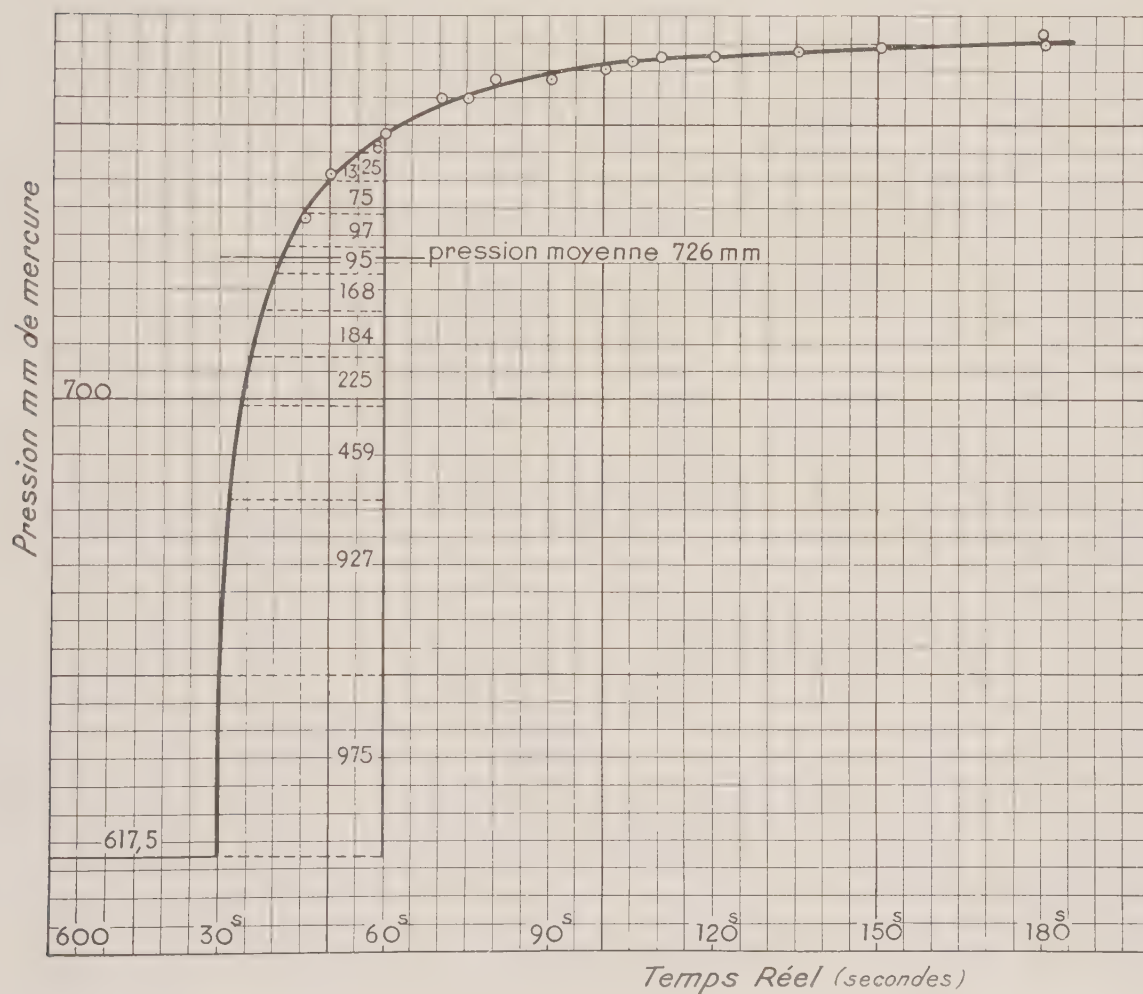


FIG. 5,32.

et

$$\frac{k P_0}{\omega \eta a^2} = 21,6$$

On en déduit respectivement :

$$k \frac{P_0}{\omega a^2} = 296.10^{-9}$$

et

$$\frac{P_0}{\omega a^2} = \pi 10. \frac{273}{76.292,5} \frac{10^3}{0,31} = 1244$$

On en déduit $k = 23,8$ millidarcys (au lieu de 24,31)

$$\frac{P_0}{\omega a^2} = 1244$$

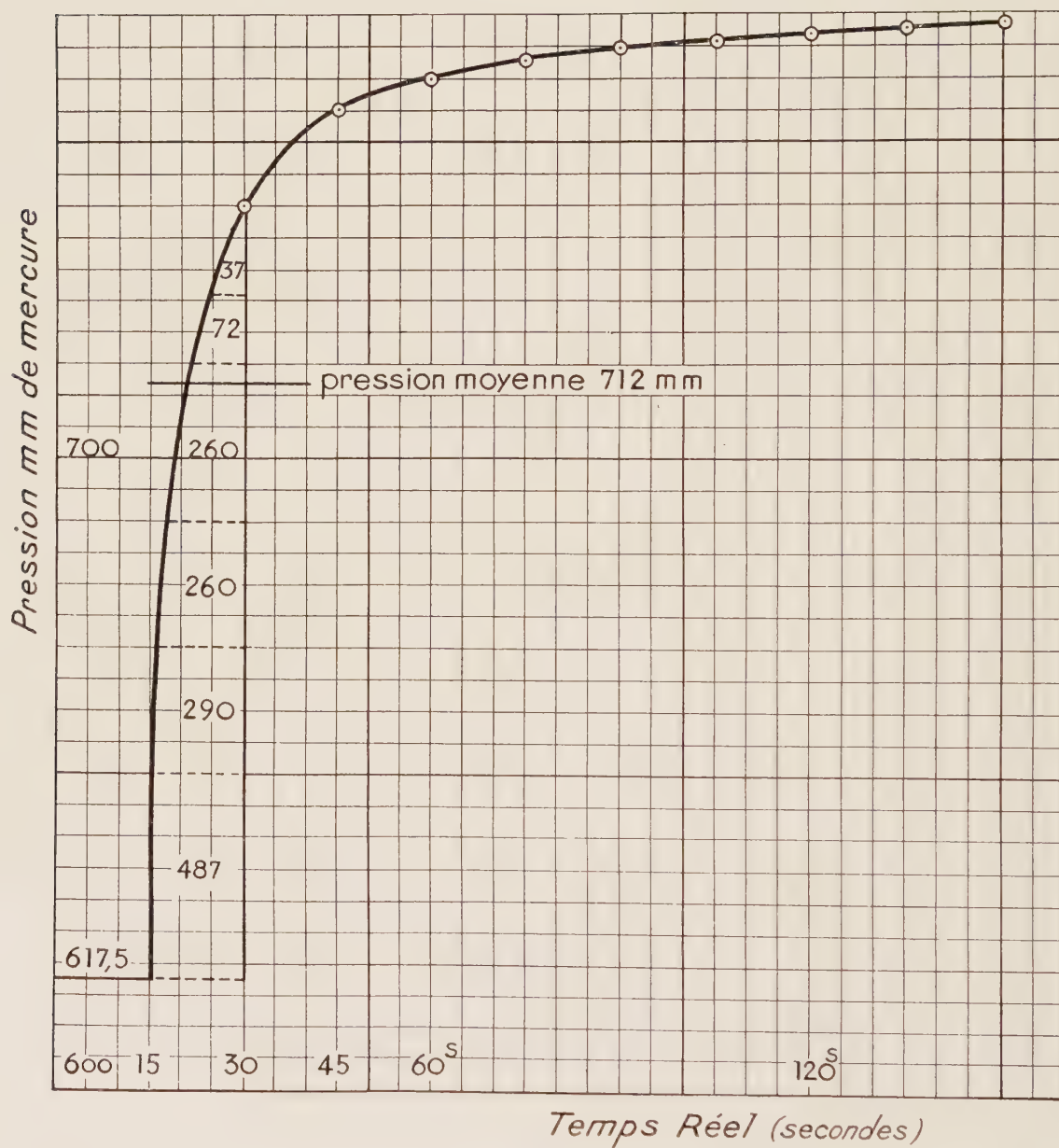


FIG. 5,33.

d'où

$$\begin{aligned}\omega a^2 &= \frac{77,05}{1,330} \\ &= 0,0619\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{On sait qu'on avait choisi } h\omega a^2 &= \frac{1}{1,551} \\ &= 0,645\end{aligned}$$

avec $h = 10$ cm, c'est-à-dire $\omega a^2 = 0,0645$

Les deux résultats concordent donc correctement avec les caractéristiques déjà connues du gisement.

Expérience E.15.

On a cette fois-ci limité la période d'écoulement à 15 sec. La courbe de remontée de pression s'établit comme l'indique le tableau 5,33 et la figure 5,33.

La production obtenue au moment de la fermeture est :

$$C_s(15) = 74 \quad \text{et} \quad C_s(30) = 74 + 15,7 = 89,7.$$

La pression moyenne entre les époques 15 sec. et 30 sec. est de 712 mm de mercure.

TABLEAU 5,33.

ÉPOQUE sec.	1 ^{er} ESSAI	2 ^e ESSAI	3 ^e ESSAI
0 (ouverture)	617,5	617,5	617,5
15 (fermeture)	617,5	617,5	617,5
30	739,5	739,5	739,5
45	755,5	754,5	756,5
60	759,5	759,5	759,5
75	762,5	762,5	762,5
90	763,5	764,5	764,5
105	765,5	765,5	765,5
120	766,5	766,5	766,5
150	766,5	767,5	767,5
180	768,5	768,5	768,5

Les équations (5,22) et (5,25) s'écrivent ici :

$$C_s(15) = A' Q_0(15 \text{ K}) 2124$$

$$C_s(30) = A' [Q_0(30 \text{ K}) 2124 - Q_0(15 \text{ K}) 1256]$$

On en déduit :

$$\begin{aligned}\frac{89,7}{74} &= \frac{Q_0(30 \text{ K})}{Q_0(15 \text{ K})} \\ &= \frac{1256}{2124}\end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}Q_0(30 \text{ K}) &: 1,212 + 0,591 \\ Q_0(15 \text{ K}) &= 1,803\end{aligned}$$

$$\text{c'est-à-dire : } 30 \text{ K} = 800$$

$$K = 26,6$$

Cette valeur, comme la précédente, est à peu près en accord avec la valeur connue de la diffusivité dans le gisement, voisine de 20.

On en déduit comme précédemment :

$$A' = \frac{74}{2124 \cdot 134,8} = 0,26 \cdot 10^{-3}$$

puisque $Q_0(15 \text{ K}) = Q_0(400) = 134,8$.

C'est-à-dire qu'on a les deux équations

$$\frac{K P_0}{\omega a^2} = 771 \cdot 10^{-9}$$

et

$$\begin{aligned}\frac{P_0}{\omega a^2} &= \frac{\pi \cdot 10,273 \cdot 10^3}{76 \cdot 292,5 \cdot 8,26} \\ &= 1482.\end{aligned}$$

On en déduit :

$$k = 25 \text{ millidarcys (au lieu de } 24,3)$$

$$\begin{aligned}\text{de } \frac{P_0}{\omega a^2} &= 1482, \text{ on tire} \\ \omega a^2 &= 0,0520.\end{aligned}$$

Ces résultats sont encore acceptables, bien que la valeur de ωa^2 diffère assez sensiblement de la valeur connue 0,0645.

On observera qu'une erreur sur la pression moyenne peut avoir de sérieuses conséquences.

$$\text{Si par exemple } \Delta \frac{P_a'^2}{P_i} = \frac{1}{100}$$

$$\Delta |P_a^2 - P_a'^2| = 2 P_a' \Delta P_a' = \frac{2}{100} P_a'^2$$

$$\text{et } \Delta \left| \frac{P_a^2 - P_a'^2}{P_0^2 - P_a^2} \right| = \frac{2}{100} \frac{P_a'^2}{P_0^2 - P_a^2}$$

$$= \frac{2}{100} \frac{p_a'^2}{1 - p_a^2} \neq \frac{2}{100} \frac{1}{1 - p_a^2}$$

$$\text{ici } p_a^2 = 0,643 \text{ et } 1 - p_a^2 = 0,357 \neq 0,4.$$

$$\begin{aligned}\text{On a donc : } \Delta \left| \frac{P_a - P_a'^2}{P_0^2 - P_a^2} \right| &= \frac{2}{100} \frac{1}{0,357} \\ &= 0,05\end{aligned}$$

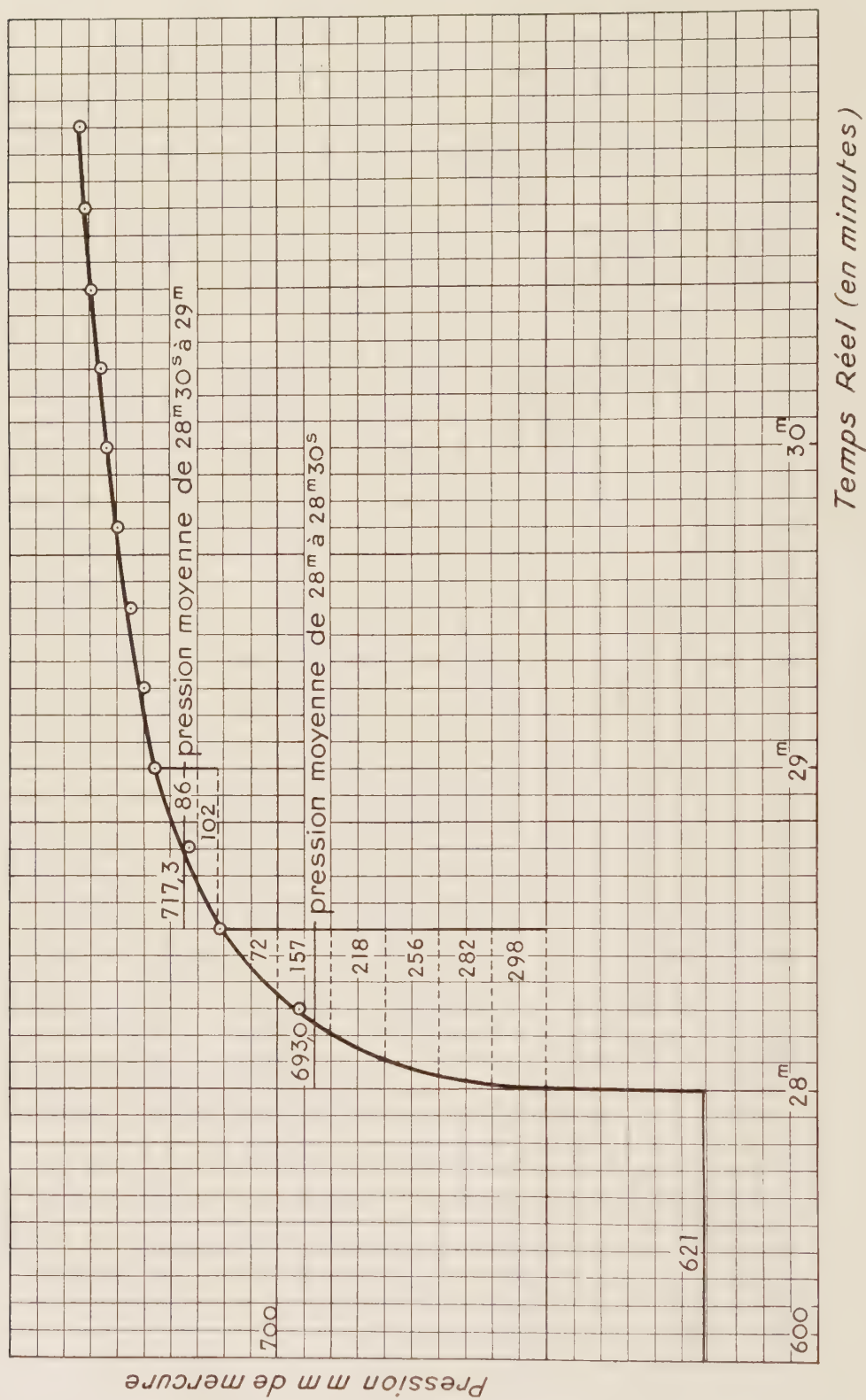
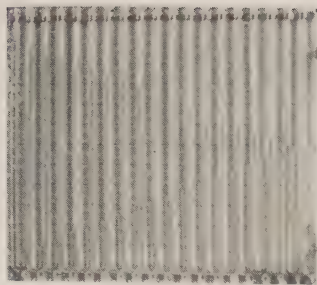
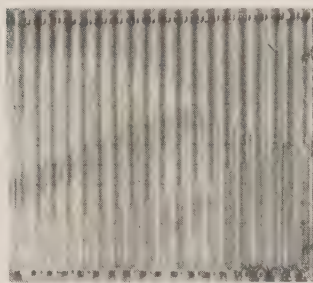


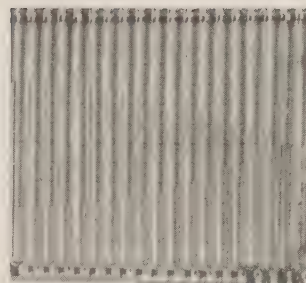
FIG. 5.4I.



A la fermeture



Après 30 sec.



Après 1 mn.



Après 1 mn 30 sec.



Après 2 mn. 30 sec.



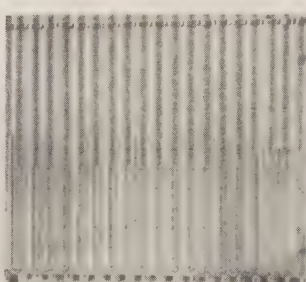
Après 4 mn. 30 sec.



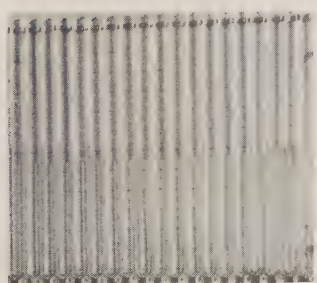
Après 7 mn. 30 sec.



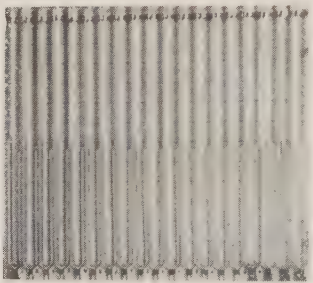
Après 11 mn. 30 sec.



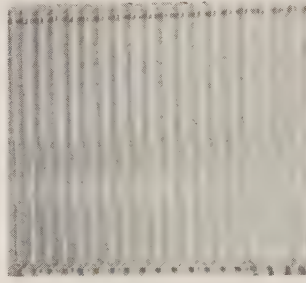
Après 16 mn. 35 sec.



Après 26 mn. 30 sec.



Après 34 mn. 30 sec.



Après 44 mn. 30 sec.

PLANCHE 5,42.

Une telle erreur entraîne une erreur sur la valeur de la diffusivité du simple au quintuple : on devra donc prendre un soin tout particulier pour relever la courbe de remontée de pression et déterminer la valeur moyenne de la pression.

Les équations (6,64 bis) et (6,65 bis) s'écriront donc ici :

$$10,1 - 30.2,16 = A' [\overline{62,1}^2 - \overline{69,3}^2] Q_0 (30 \text{ K})$$

$$11,4 - 60.2,16 = A' [(\overline{62,1}^2 - \overline{69,3}^2) Q_0 (60 \text{ K}) + (\overline{69,3}^2 - \overline{71,73}^2) Q_0 (30 \text{ K})]$$

5,4. — Cas d'une fermeture intervenant en régime pseudo-permanent.

On a laissé le gisement débiter pendant 28 minutes, ce qui a permis d'atteindre un régime permanent, le dernier compartiment étant ouvert à la pression atmosphérique. On a alors isolé le débitmètre et enregistré la courbe de remontée de pression, visible sur la figure 5,41. Le relevé est donné par le tableau 5,41.

TABLEAU 5,41.

ÉPOQUE	PRESSION (MM. DE MERCURE)
28 mn. 0 sec. (fermeture)	621
15 —	696
30 —	711
45 —	717
60 —	723
75 —	725
90 —	728
105 —	730
120 —	732
135 —	733
150 —	735
165 —	736
180 —	737

La pression d'équilibre était de 773 mm de mercure.

Le débit stabilisé est de 2,16 cm³/seconde.

Le volume lié au manomètre est de 83 cm³, la section du manomètre 0,298 cm².

Prenons pour époques de mesure 30 sec. et 60 sec.

La pression moyenne de 0 à 30 sec. est de 693 mm, de 30 à 60 sec. elle est de 717,3 mm ainsi qu'il ressort de la courbe de la figure 5,41. Les quantités produites $C_s(T_1) - C_s(T_0)$ et $C_s(T_2) - C_s(T_0)$ sont respectivement :

$$C_s(T_1) - C_s(T_0) = 10,1$$

$$C_s(T_2) - C_s(T_0) = 11,4$$

c'est-à-dire :

$$54,70 = A' 946 Q_0 (30 \text{ K})$$

$$118,20 = A' [946 Q_0 (60 \text{ K}) + 342 Q_0 (30 \text{ K})]$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} \frac{Q_0 (60 \text{ K})}{Q_0 (30 \text{ K})} &= \frac{118,20}{54,70} - \frac{342}{946} \\ &= 2,165 - 0,360 \\ &= 1,805 \end{aligned}$$

On en déduit encore :

$$60 \text{ K} = 1.100 \text{ ou } K = 18,35$$

c'est-à-dire :

$$\frac{k P_0}{\omega a^2} = 256.10^{-9}$$

et

$$\begin{aligned} A' &= \frac{54,70}{946. Q_0(550)} \\ &= \frac{54,70}{946.176} = 0,328.10^{-3}. \end{aligned}$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} \frac{P_0}{\omega a^2} &= \pi. 10 \frac{273}{76.297,50} \frac{10^3}{0,328} \\ &= 115,2 \end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$k = 22,2 \text{ millidarcys (au lieu de 24,3)}$$

et $\omega a^2 = 0,0671$ (au lieu de 0,0645)

résultats qui concordent à peu près avec les caractéristiques connues du gisement.

La planche 5,42 montre l'évolution de la pression dans l'espace et dans le temps après la fermeture du sondage, mais, comme nous l'avons souligné précédemment, cette illustration ne peut être utilisée pour une étude quantitative des phénomènes, en raison des perturbations apportées par la présence des manomètres.

Écoulement des gaz naturels dans les milieux poreux. Application à l'étude des gisements de gaz naturel.

6,1. — Rappel des conclusions établies en ce qui concerne les gaz parfaits.

Nous avons établi dans les chapitres précédents un certain nombre de résultats valables **pour un gaz parfait** s'écoulant dans un milieu poreux **suivant la loi de Darcy**. Rappelons-les.

1^{er} résultat.

Nous avons tout d'abord remarqué analytiquement (au paragraphe 1,3) et vérifié expérimentalement (au paragraphe 4,5) que l'écoulement radial circulaire transitoire d'un gaz parfait dans le système justiciable de la loi de Darcy avait lieu en conformité avec les conclusions établies analytiquement pour les liquides lorsque le rapport de la pression de sortie à la pression d'équilibre était voisin de l'unité.

2^e résultat.

Nous avons établi expérimentalement que lorsque le rapport de la pression de sortie à la pression d'équilibre est largement différent de l'unité, l'écoulement radial circulaire transitoire d'un gaz parfait dans un système justiciable de la loi de Darcy, a lieu d'une manière différente de celle des liquides, mais qui s'en déduit simplement. La loi d'écoulement est donnée par l'équation (4,62) :

$$C_s (T_1 P_a) = \pi h \omega a^2 \frac{P_0}{H} \frac{273}{\theta} Q_0(t) (1 - p_a^2) \quad (4,62)$$

3^e résultat.

L'équation (4,62) établit que dans un milieu poreux donné ($h, \omega, a^2, k, P_0, \theta$ donnés) au sein duquel la loi de Darcy est applicable le rapport des débits transitoires d'un gaz parfait correspondant à une même valeur du temps réduit ($Q_0(t)$ invariable) obtenus au cours d'expériences successives se distinguant par leurs différentes pressions de sorties (établies depuis l'origine des temps) est égal au rapport des débits permanents que l'on obtiendrait dans les mêmes conditions de pression, ce qui peut s'interpréter physiquement en disant que la perturbation de pression se propage dans le milieu poreux à une vitesse qui est indépendante de son ampleur ainsi que nous l'avons remarqué au paragraphe 5,6.

4^e résultat.

Avec toujours les mêmes restrictions, le prin-

cipe de superposition s'applique de manière satisfaisante au moins pour des perturbations dont l'ampleur n'excède pas 20 % de la pression d'équilibre, ainsi que nous l'avons établi au chapitre V.

Nous allons exposer ce que l'on sait de l'écoulement des gaz réels dans les milieux poreux à la suite des essais faits sur les sondages donnant du gaz naturel, et discuter l'application des résultats obtenus aux gisements de gaz naturel.

6,2. — Conditions d'exécution des essais sur les sondages.

Un sondage équipé pour produire comporte en général deux tubages concentriques : le tubage extérieur est destiné à la fermeture des eaux rencontrées en cours de forage et est cimenté au toit de la couche productrice, sur

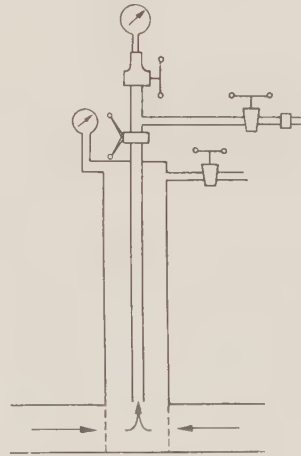


FIG. 6,21. — Schéma de l'équipement d'un puits.

une certaine hauteur : il est couramment désigné sous le nom de « casing ». Le tubage intérieur est utilisé pour acheminer les fluides de la couche productrice jusqu'à la surface, il est couramment désigné sous le nom de « tubing ». En tête du casing et du tubing, on trouve une vanne et un manomètre. En période de production, la vanne de décharge du casing est maintenue fermée, et la vanne du tubing est ouverte. Cette dernière est généralement suivie d'un orifice calibré qui assure le laminage désiré du gaz à la sortie de la sonde et permet de réserver la vanne à la fermeture du puits. Les mano-

mètres permettent de lire les pressions en tête du casing et du tubing, la première ne différant de la pression au fond du puits en régime que du poids de la colonne de gaz, la seconde en différant en outre les pertes de charge dans le tubing. A l'arrêt, ces deux pressions s'équilibrent évidemment.

Les manomètres utilisés sont en général peu précis, et on leur substitue une jauge à poids mort d'emploi manuel ou automatique (balance de pression) lorsqu'on veut suivre avec précision l'évolution des pressions. On peut aussi introduire jusqu'à la base du tubing un enregistreur de pression de fond autonome dont on extrait, après sa remontée au jour, un diagramme donnant l'évolution de la pression au droit de la couche productrice avec une excellente précision pratique (la pression est connue dans des conditions moyennes à 0,100 kg/cm² près et, avec un étalonnage particulièrement soigné et des moyens de lecture très perfectionnés, on peut obtenir une précision encore supérieure). Les pressions de fond étant en général, au début des exploitations, de l'ordre d'une centaine de kilogrammes par centimètre carré, l'erreur relative avec laquelle on les connaît est donc de

l'ordre de $\frac{1}{1000}$. L'emploi des manomètres de fond n'est pas toujours possible, car ces appareils, soumis de la part du courant gazeux à une poussée d'autant plus importante que leur diamètre est plus proche de celui du tubing, sont renvoyés vers la surface si le débit du gaz dépasse une certaine limite. Aussi, dans le cas général, se contente-t-on de mesurer les pressions en tête. Il a été établi d'ailleurs qu'on obtient une très bonne concordance entre la pression de fond et la pression de surface à puits fermé en passant de l'une à l'autre par la formule classique de l'hydrostatique, en supposant que la température du gaz est la même de haut en bas du tubing. Faute de faire une telle hypothèse, il est à peu près impossible de tirer parti des mesures de pression en tête, et l'expérience montre d'ailleurs qu'à la longue les effets thermiques perturbent la courbe de remontée de pression en fonction du temps.

6.3. — Remarques sur les mouvements permanents dans les gisements de gaz naturel ⁽¹⁾.

Les gaz naturels se comportent d'une manière

(1) Il est supposé dans tout ce qui suit que le gaz naturel n'est pas susceptible de déposer de phase liquide à la température du gisement, aux pressions envisagées.

un peu différente de celle des gaz parfaits et nous avons déjà, au chapitre I, souligné ces différences et les conséquences qui en résultent pour les mouvements permanents (§ 1,5). Le débit est lié à la différence des carrés des pressions par la relation approximative :

$$Q_m = \frac{\pi h k b}{\eta} \frac{1}{L} \frac{R}{a} (P_R^2 - P_a^2)^n \quad (6,31)$$

n étant un exposant pratiquement constant. On observera d'ailleurs qu'on aurait pu écrire :

$$Q_m = \alpha (P_R^2 - P_a^2)^n \quad (6,32)$$

α étant alors différent de $\frac{\pi h k b}{\eta} \frac{1}{L} \frac{R}{a}$ et n ayant une

valeur plus stable, mais un peu différente, de celle qui résulte de l'équation (6,31).

Nous avons constaté que, dans les conditions courantes, la valeur de n ne différerait guère de l'unité de plus de quelques centièmes dans un sens ou dans l'autre.

Or, les essais exécutés sur les sondages de gaz naturel conduisent bien à une relation de la forme (6,32) mais **l'exposant n est nettement différent de l'unité**, et l'écart du comportement des gaz réels et des gaz parfaits est incapable de rendre compte des valeurs de n couramment rencontrées. La CORPORATION COMMISSION IN OKLAHOMA a en effet établi une statistique portant sur plusieurs centaines de résultats : la valeur moyenne de n est de 0,85 et sa gamme de variations va de 0,5 à 1 (réf. n° 4). L'exposant n varie parfois d'une sonde à l'autre dans un même gisement, alors même qu'il n'y a pas de différence de composition entre les gaz produits par les différentes sondes. Il ne dépend pas en général du sens de l'écoulement, ainsi qu'il résulte des travaux de M. A. SCHELLHARDT et de E. L. RAWLINS (réf. n° 3). Ces auteurs ont étudié l'injection de gaz naturel dans un certain nombre de sondes du Texas Panhandle Field, et ont comparé les débits réalisés à l'injection avec ceux obtenus en production. Le tableau 6,31 ci-dessous montre leurs résultats.

On constate que pour les 4 sondes A, B, C, et D, la valeur de n est la même quel que soit le sens de l'écoulement. Pour la sonde E, les résultats sont assez dispersés sans que les auteurs indiquent la cause de cette dispersion.

Les raisons pour lesquelles n est inférieur à l'unité sont encore indéterminées ; nous allons étudier dans ce qui suit quelques hypothèses

capables d'expliquer que le débit soit inférieur à celui qui résulte de l'application de la loi de DARCY, toutes choses égales par ailleurs.

6.4. — Étude de quelques hypothèses capables de rendre compte du mouvement permanent des gaz naturels dans les gisements.

Nous avons reconnu que les propriétés volumétriques des gaz naturels ne justifiaient pas l'écart de leur loi d'écoulement par rapport à la loi de DARCY. Nous sommes donc amenés à mettre en cause la validité de la loi de DARCY pour les écoulements gazeux. L'expérience très générale acquise sur les chantiers de production d'huile montre que cette loi s'applique indiscutablement pour les écoulements liquides, en sorte que nous avons à examiner les différences entre les deux types de fluides, et l'effet que ces différences peuvent entraîner dans des écoulements qui ont pour siège un milieu poreux.

a) Remarques sur la structure du milieu poreux.

Ce qui précède nous conduira à revenir sur la constitution d'un tel milieu : la validité de l'équation de DARCY pour les écoulements liquides et son analogie avec l'équation de Poiseuille incitent souvent à se représenter le milieu poreux comme un faisceau de tubes de faible rayon, soudés entre eux par une matière solide absolument compacte : on peut alors aisément établir que le rayon c des tubes donnant la même porosité et la même perméabilité k que le milieu poreux est lié à ces deux caractéristiques par :

$$k = \frac{c^2 \omega}{8}$$

Cette manière de voir est évidemment fort différente de la réalité. En fait, un milieu poreux

ressemble en effet beaucoup plus à un assemblage de sphérules solides plus ou moins soudées entre elles, qu'à un faisceau de tubes capillaires de diamètre invariable suivant leur longueur. Un canal se présente comme une succession d'étranglements séparés par des parties plus larges dans lesquelles débouchent d'autres canaux. La fig. 6,41 correspond d'assez près à



FIG. 6,41. — Schéma d'un ensemble de pores.

une coupe telle qu'on peut l'imaginer dans un assemblage de sphères plus ou moins soudées entre elles à leurs points de contact.

L'étude morphologique des milieux poreux peut être faite d'une manière certes imparfaite, mais cependant déjà fort utile, en injectant, sous pression croissante, du mercure dans le milieu poreux préalablement débarrassé du contenu de ses pores (par lavage au solvant, évaporation et application d'un vide poussé) ainsi que l'indiquent les références 7 et 8, ou de l'air dans un milieu poreux préalablement saturé d'eau (réf. 9) et elle conduit à une représentation du genre de celle de la figure 6,41. Par l'une ou l'autre de ces méthodes, on peut en effet mettre en évidence le rayon (fictif) ⁽¹⁾ des plus gros pores qui correspond au début de la pénétration, et le rayon (fictif) des étranglements qui commandent l'entrée dans la quasi totalité du volume des vides de l'échantillon que l'on étudie. On voit ainsi qu'une fraction très importante du volume des vides communique avec la surface de l'échantillon par des

(1) Ce rayon est défini par $P_0 = \frac{2T}{r}$, P_0 étant la pression capillaire, T la tension interfaciale, r le rayon fictif.

TABLEAU 6,31.

Valeur de l'exposant n à la production du gaz (P) et à l'injection (I).

SONDE	A		B		C		D		E		
	P	I	P	I	P	I	P	I	P ₁	P ₂	I
n	0,92	0,92	0,72	0,72	0,77	0,77	0,78	0,78	0,94	0,83	0,92

seuils dont les diamètres fictifs sont pratiquement les mêmes.

Ces seuils une fois franchis, il ne demeure plus comme volume à envahir que des anfractuosités qui ne jouent qu'un rôle secondaire à l'égard de la porosité de la roche et qui n'ont sans doute aucune influence sur la perméabilité. Les étranglements n'ont sans doute aucune longueur appréciable, mais leur rayon fictif c est fréquemment de l'ordre du dixième du rayon fictif des plus gros pores mc . Or, il est aisé de connaître outre c et mc la surface extérieure S



FIG. 6,42. — Schéma d'un demi-pore.

de l'échantillon soumis à l'étude, et le volume v envahi jusqu'aux seuils ; on peut considérer qu'il y a N canaux débouchant sur la surface S , avec des rayons fictifs variant de c à mc (fig. 6,42).

Sur chacun des canaux, le seuil est plus ou moins près de la surface, mais il est facile de voir que la pénétration moyenne est égale à la moitié du volume séparant deux étranglements, car si nous appelons « pore » le volume



FIG. 6,43. — Coupe schématique de l'ensemble des pores sur la surface d'un échantillon.

compris entre deux seuils, nous en trouverons autant qui soient coupés par la surface extérieure de l'échantillon avec un rayon donné c_i se situant avant ou après le rayon maximum dans le sens de la pénétration (fig. 6,43). Si $2 v_p$ est le volume de chacun des pores supposés identiques, on aura donc :

$$N v_p = v$$

Si $2 n''c$ est la distance séparant deux étranglements, les seuils qui arrêtent le fluide sont à la distance moyenne $n''c$ et l'on a :

$$v = S n''c \omega$$

d'où l'on déduit $n''c = \frac{v}{S \omega}$

Mais V_p est le volume d'une cavité assimilable à un cône de révolution à bases circulaires de rayons c et mc , et de hauteur $n''c$. On a donc :

$$v_p = \frac{\pi n''}{3} (m^2 + m + 1) c^3.$$

On en déduit :

$$N = \frac{3 v \omega}{\pi n'' (m^2 + m + 1) c^3}$$

$$\text{ou : } \frac{N}{S} = \frac{3 \omega}{\pi (m^2 + m + 1) c^2}$$

La connaissance directe de c , de mc , de S , de v et de ω nous permet donc, au prix d'hypothèses raisonnables, de connaître la distance qui sépare deux étranglements et le nombre de canaux par unité de surface $\frac{N}{S}$.

Les valeurs de c qui résultent des mesures dont nous venons de parler sont fréquemment de l'ordre du micron.

Cette constatation est importante puisque le rayon des canaux est d'un ordre de grandeur voisin du libre parcours moyen des molécules, au moins aux basses pressions.

Ce fait est connu, et l'on en tient compte quand on détermine la perméabilité d'échantillons de roche en y faisant circuler de l'air à basse pression (réf. 10) mais il ne saurait avoir sur l'écoulement une conséquence ayant le sens voulu, le glissement aux parois étant responsable d'une augmentation du débit par rapport à ce qu'indique la loi de Darcy.

b) Hypothèse de la turbulence.

La relation $Q_m = \alpha (P_R^2 - P_0^2)^n$ avec n inférieur à l'unité pourrait laisser supposer que l'écoulement est turbulent au moins aux alentours du sondage puisque la turbulence introduit des frottements supplémentaires par rapport à ceux de l'écoulement laminaire.

Prenons un sondage débitant Q m³ de gaz par jour dans les conditions standard (1 atmosphère, 0°) à partir d'une couche d'épaisseur h , siège d'une pression de sortie P , et d'une

température 0. Le débit massique est donné en grammes par jour par :

$$Q_m = Q \cdot \frac{10^3}{24 \cdot 3600} M$$

et par seconde par :

$$Q_{m/s} = Q \frac{10^3}{22,4,86400}$$

Si a est le rayon du trou de sonde, la surface de sortie de la couche est :

$$S = 2 \pi a h$$

et le nombre de canaux débouchant sur cette surface est :

$$N = \frac{6 \omega a h}{m \cdot m + 1} c$$

Le débit massique par canal est en c. g. s.

$$q_m = \frac{Q_{m/s}}{N} = \frac{10^3}{22,4,86400} \cdot \frac{QM}{6 \omega h a} (m^2 + m + 1) c^2$$

Le nombre de Reynolds est maximum aux étranglements de rayon c . On a :

$$Rey = \frac{2 c W}{\eta}$$

$$\text{mais } 2 W = \frac{q_m}{\pi c^2}$$

$$\text{et } Rey = \frac{2 q_m}{\eta \pi c}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{\pi} \frac{10^3}{22,4,86400} \cdot \frac{QM}{6 \omega h a} (m^2 + m + 1) \frac{c}{\eta} \\ &= \frac{2}{3} \frac{10^3}{22,4,86400} \cdot \frac{Q}{2 \pi h a} \frac{(m^2 + m + 1) M}{\omega} \frac{1}{\eta} \\ &= 0,345 \cdot 10^{-3} \frac{Q}{2 \pi a h} \frac{(m^2 + m + 1) c M}{\omega} \frac{1}{\eta} \end{aligned}$$

Le rayon des trous de sonde n'est pratiquement jamais inférieur à 5 cm et la viscosité des gaz s'écarte peu de $200 \cdot 10^{-4}$ poises, tandis que leur masse spécifique varie peu autour de 20. On peut donc considérer comme valeur maximum du nombre de Reynolds :

$$Rey = 1,1 \frac{Q}{a} \frac{m^2 + m + 1}{\omega}$$

L'expérience acquise sur les chantiers montre qu'il est rare d'obtenir 10^6 m³ de gaz par jour d'un puits, même avec une épaisseur de couche

de 10 mètres. On peut admettre qu'une production de 100.000 m³/jour par mètre de couche est exceptionnelle. Ceci correspond à :

$$\frac{Q}{h} = 10^3$$

La porosité des gisements varie en général assez peu autour de 10 %. On peut donc écrire :

$$Rey = 1,1 \cdot 10^4 (m^2 + m + 1) c.$$

L'expérience montre que c est fréquemment de l'ordre du micron, au moins pour les milieux poreux au sens habituel du terme, tandis que m est en général de quelques unités. Dans le cas du gisement du Cap Bon, par exemple, on a trouvé :

$$c = 3 \cdot 10^{-4} \text{ et } m = 10$$

ce qui conduit, avec le débit obtenu, qui est de l'ordre de 100.000 m³/jour, m à

$$Rey_{max} = 36,3.$$

On peut considérer que $m = 10$ et $c = 10 \cdot 10^{-4}$ sont des valeurs limites, en sorte que la valeur limite du nombre de Reynolds est de manière à peu près absolue pour des milieux poreux.

$$Rey_{max} = 1210$$

la valeur réelle du nombre de Reynolds est en général très inférieure à ce chiffre.

Ces conclusions permettent d'affirmer que l'écoulement est laminaire dans l'extrême majorité des cas où il a lieu dans un milieu poreux de type granulaire.

Il est difficile de dire comment serait l'écoulement dans un milieu fissuré, et plus encore d'interpréter de manière valable les conclusions que l'on pourrait tirer d'une telle étude, faute de savoir quelles sont la fréquence et la largeur des fissures dans les milieux poreux réels ; en effet, le carottage mécanique ne permet pas en général d'obtenir de renseignements sur ces points, les fissures non refermées par cristallisation secondaire donnant lieu à des ruptures des échantillons qui entraînent ensuite leur dislocation plus ou moins complète.

D'ailleurs, dans certains cas où l'on sait que le milieu n'est pas fissuré, on constate l'existence de valeurs de l'exposant n très différentes de l'unité, alors que l'on peut être sûr que la turbulence n'est pas en cause ; c'est en particulier le cas du gisement du Cap Bon, où le nombre de Reynolds n'excede certainement pas quelques dizaines d'unités dans les régions où l'écoulement est le plus rapide, alors que l'exposant n est de l'ordre de 0,50.

Nous pouvons donc tenir pour assuré que si la turbulence peut dans les gisements fissurés (de type calcaire) être responsable d'une altération de la loi d'écoulement par rapport à la loi de Darcy, elle ne saurait être pratiquement mise en cause dans les milieux poreux intergranulaires, tels que les grès et les sables.

c) Hypothèse des effets d'extrémité.

La représentation du milieu poreux que nous avons donnée sur la figure 6,41 suggère une autre explication pour justifier la loi réelle des mouvements permanents des gaz dans les milieux poreux de type granulaire :

La variation de la section des canaux de $\pi m^2 c^2$ à $c^2 \pi$ est responsable d'une certaine dissipation d'énergie. Au passage de chaque étranglement le gaz doit en effet accroître sa vitesse, et cette vitesse est ensuite perdue sans autres effets que thermiques, absorbés par le milieu ambiant. L'effet de telles variations d'énergie cinétique a été étudié à propos de l'écoulement dans les tubes capillaires courts par rapport à leur rayon.

Dans de tels tubes, on complète la loi classique de Poiseuille en tenant compte :

— d'une part, de la dépense d'énergie dont nous venons de parler,

— d'autre part, de ce que la veine fluide ne prend pas instantanément une vitesse nulle à la sortie du tube.

Dans le cas présent, nous avons assimilé les pores à des volumes en forme de tronc de cône (fig. 6,44).

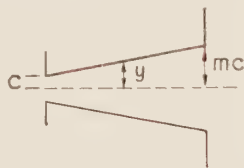


FIG. 6,44. — Schéma d'un demi-pore.

Nous aurons par suite des frottements une perte de charge élémentaire dP sur la distance dx , où la section est de rayon yc .

$$dP = \frac{8 \eta q}{\pi y^4 c^4} dx$$

et pour le trajet $n''c$ compris d'un étranglement à la section maximum

$$\varepsilon P = \frac{8 \eta q}{\pi c^4} \int_0^{n''c} \frac{dx}{y^4}$$

mais

$$yc = c + \frac{(m-1)}{n''c} c x$$

On a donc :

$$c dy = \frac{m-1}{n''} dx$$

et

$$\begin{aligned} \varepsilon P &= \frac{8 \eta q}{\pi c^4} \frac{n''c}{m-1} \int_1^{m'} \frac{dy}{y^4} \\ &= \frac{8 \eta q}{\pi c^4} \frac{n''c}{m-1} \left[-\frac{y^{-3}}{3} \right]_1^{m'} \\ &= \frac{8 \eta q}{3 \pi c^4} \frac{n''}{m-1} \left(1 - \frac{1}{m^3} \right) \\ &= \frac{8 \eta q}{3 \pi c^4} \frac{n''}{m^3} (m^2 + m + 1) \quad (6,41) \end{aligned}$$

A cette perte de charge, nous n'ajouterons que celle qui correspond à la variation d'énergie cinétique, puisque nous avons déjà tenu compte ici du fait que la vitesse ne s'annule pas à la sortie de l'étranglement. On a ici pour cette perte de charge additionnelle :

$$\frac{2 \eta q^2}{\pi^2 c^4} \left(1 - \frac{1}{m^2} \right)$$

et par suite, pour le trajet $2 n''c$ qui va d'un étranglement au suivant :

$$\varepsilon P = \frac{8 \eta q}{\pi c^4} \frac{2 n''c}{m^3} \frac{(m^2 + m + 1)}{3} + \frac{2 \eta q^2}{\pi^2 c^4} \left(1 - \frac{1}{m^2} \right)$$

Considérons une tranche de milieu poreux d'épaisseur r et de section S , soient ω et k sa porosité et sa perméabilité au sens de la loi de Darcy.

On peut écrire pour la tranche d'épaisseur r

$$\Delta P = \varepsilon P \frac{\Delta r}{r}$$

Le nombre de canaux de la tranche est :

$$N = \frac{S S_{\text{av}}}{\pi (m^2 + m + 1) c^2}$$

Si q_m est le débit massique dans chacun des canaux, le débit Q_m à travers la tranche est $N q_m$ et l'on a :

$$\begin{aligned} q_m &= \frac{Q_m}{N} \\ &= \frac{Q_m}{\omega S} \frac{(m^2 + m + 1) c^2}{3} \end{aligned}$$

On a donc :

$$\Delta P = \frac{\Delta r}{2 n'' c} \left[\frac{8 \gamma q_m}{\pi c^4} \frac{2 n'' c m^2 + m + 1}{m^3} + \frac{q_m q m}{\pi^2 \rho c^4} \left(1 - \frac{1}{m^2} \right) \right]$$

En l'absence du deuxième terme du crochet, nous écrirons :

$$\Delta P = \frac{\gamma Q}{S \rho} \Delta r \frac{m^2 + m + 1}{\omega g c^2 m^3}$$

et nous aurons :

$$k = \frac{\omega g c^2 m^3}{8 (m^2 + m + 1)^2}$$

Revenant à (6,42), nous pourrions écrire :

$$\Delta P = \frac{\gamma Q_m \Delta r}{S k \rho} \left[1 + \frac{m c Q_m (m^2 - 1)}{8 \gamma n'' \omega S} \right]$$

Nous poserons :

$$\zeta = \frac{m (m^2 - 1) c}{n'' \omega} \quad (6,43)$$

ζ est le paramètre de forme du milieu poreux qui intervient. On aura pour la tranche :

$$\Delta P = \frac{\gamma Q_m \Delta r}{S k \rho} \left(1 + \frac{\zeta Q_m}{c \gamma} \right) \quad (6,44)$$

Si nous étudions l'écoulement radial circulaire permanent, l'équation (6,44) est une équation différentielle reliant la pression et la distance que nous intégrerons sous la forme :

$$\int^R r dr = \frac{\gamma Q_m}{2 \pi h k} L \frac{R}{a} \left[1 + \frac{\zeta Q_m}{16 \pi h a \gamma L \frac{R}{a}} \right]$$

en observant que $\frac{1}{R}$ est négligeable devant $\frac{1}{a}$.

Nous poserons :

$$\frac{\zeta}{16 \pi h a \gamma L \frac{R}{a}} = i$$

et nous écrirons :

$$j = \frac{Q_m \zeta}{2 \pi h a} + \frac{1}{\gamma L \frac{R}{a}}$$

Dans le cas d'un liquide, nous aurons à peu près $\rho = c^{\text{ste}}$ et par conséquent :

$$P_R - P_a = \frac{\gamma Q_m}{2 \pi h k \rho} L \frac{R}{a} (1 + j) \quad (6,45)$$

Pour un gaz, on aura pratiquement $\rho = bP$, les variations du facteur de compressibilité pou-

vant être négligées dans l'étude actuelle, et par conséquent :

$$P_R - P_a = \frac{\gamma Q_m}{\pi h k b} L \frac{R}{a} (1 + j) \quad (6,46)$$

Nous allons étudier les valeurs de j et montrer :
que pour les liquides, j est toujours négligeable devant l'unité,

— que pour les gaz, j est au contraire en général non négligeable devant l'unité.

1°) Cas des liquides.

Une sonde donnant 8,64 tonnes d'huile par jour (1) est une bonne productrice. Comme les couches exploitées ont en général plus d'un mètre d'épaisseur et que le rayon du trou de sonde n'est jamais inférieur à 5 cm, on a :

$$\frac{Q_m}{2 \pi h a} < 0,0318.$$

Le terme $\frac{1}{8 \gamma L \frac{R}{a}}$ à une limite supérieure

quand on prend :

$$\gamma = 10^{-2} \text{ et } L \frac{R}{a} = 5. \text{ On a } \frac{1}{8 \gamma L \frac{R}{a}} < 2,5.$$

Étudions le paramètre de forme.

$$\text{On a : } \zeta = m \frac{(m^2 - 1) c}{n'' \omega}$$

n'' distance de deux étranglements est certainement du même ordre de grandeur que m si le milieu est isotrope. On a donc :

$$\zeta \approx \frac{(m^2 - 1) c}{\omega}$$

On a dit que des valeurs telles que $m = 10$ étaient une limite supérieure de m rarement atteinte ; c est de l'ordre de quelques dizaines de microns (100 microns au maximum) et les valeurs les plus faibles de ω sont de l'ordre de 5 %.

Dans ces conditions ζ n'excède pas :

$$\zeta_{\text{max.}} = \frac{100.100.10^{-4}}{0,05} = 20.$$

(1) Soit 100 grammes par seconde.

On a donc, comme valeur maximum de j

$$j = 20,0,0318,2,5 \\ 1,50.$$

La valeur courante de j sera de l'ordre du millièmième de la valeur maximum que nous venons de calculer, car le débit que nous avons pris pour une couche d'un mètre est très élevé, la viscosité de l'huile est particulièrement faible, le rayon des étranglements est fort élevé et l'irrégularité du milieu poreux considérable.

On peut dire que la valeur courante de j résulterait de :

$$\frac{Q_m}{2 \pi h a} = 0,0318 \\ \frac{1}{8 \eta L \frac{R}{a}} = 2,5 \\ \frac{1}{8 \eta L \frac{R}{a}} = 10 \\ \frac{1}{8 \eta L \frac{R}{a}} = 20 \\ \frac{1}{8 \eta L \frac{R}{a}} = 10$$

Dans le cas général, j est donc parfaitement négligeable devant l'unité pour les écoulements liquides et la loi de proportionnalité du débit et de la différence entre la pression d'équilibre et la pression de fonctionnement est donc justifiée par nos hypothèses.

Nous allons montrer qu'il n'en est plus ainsi dans le cas du gaz.

2°) Cas des gaz.

Pour une même valeur de ξ , on aura une valeur de j 50 fois plus grande (ou davantage) du fait de la viscosité du gaz qui intervient

directement sur le terme $\frac{1}{8 \eta L \frac{R}{a}}$. D'autre

part, si un débit de 100 grammes par seconde constitue un débit fort acceptable pour une sonde à huile, un tel débit est très faible pour une sonde à gaz qui produit couramment 100.000 m³ jour, c'est-à-dire plus de 1.000 gr par seconde (un m³ de gaz pèse environ 1 kg) et des débits du double ou du triple ne sont pas rares. j sera donc multiplié par 500, 1.000 ou 1.500.

Nous voyons que si nous partons d'une valeur courante de j pour les liquides, telle que nous l'avons établie, savoir $j = 1,50,10^{-3}$, on aura des valeurs de j de l'ordre de l'unité de manière très courante.

Il est donc visible que l'écoulement du gaz n'obéit plus à la loi de Darcy et que celle-ci doit être corrigée compte tenu des variations d'énergie cinétique à l'intérieur du milieu poreux.

Ce résultat explique :

— d'une part, pourquoi la règle de proportionnalité du débit et de la différence des carrés des pressions n'est pas vérifiée dans le cas général,

— d'autre part, que les limites de l'exposant n soient 1 et 0,5. En effet, si j est négligeable devant l'unité, ce qui peut arriver dans les cas extrêmes, on a évidemment $n = 1$ et l'écoulement a lieu suivant la loi de Darcy.

Si j est au contraire suffisamment grand pour que l'on puisse négliger l'unité devant lui, ce qui arriverait dans le cas des fortes valeurs, telles qu'il est aisé d'en trouver, on a évidemment $n = 0,5$ d'après l'équation (6,46).

Dans les cas intermédiaires, le deuxième membre de l'équation (6,46) pourra, au moins dans une certaine gamme des valeurs de Q_m

se représenter par $\lambda Q_m^{\frac{1}{n}}$, λ étant une constante et l'exposant $\frac{1}{n}$ étant également constant et compris entre 1 et 2, et l'on aura :

$$Q_m = \alpha (P_R^2 - P_a^2)^n.$$

Nous allons le montrer par un exemple numérique.

Soit un milieu poreux caractérisé par :

$$k = 15,10^{-11} \quad \omega = 0,15 \quad c = 10^{-4}$$

ce qui correspond approximativement à $m = 10$.

On a :

$$\xi = \frac{100,10^{-4}}{0,15} \\ = 0,67.$$

soit une couche de milieu poreux de 5 mètres d'épaisseur traversée par un puits ayant 5 cm de rayon, on a :

$$\frac{1}{2 \pi h a} = 0,637,10^{-4}$$

$$\text{soit } L \frac{R}{a} = 7.$$

Le gaz produit a une masse moléculaire $M = 20$, un facteur de compressibilité qui varie peu autour de 0,8 dans les conditions de production (pression d'équilibre 200 kg/cm², température 330° C). Le gaz a une viscosité de $200,10^{-6}$ poises. On a donc :

$$\frac{1}{8 \eta L \frac{R}{a}} = 80$$

$$\text{et } b = \frac{20}{0,88,31510^7 330} \\ 0,91.10^{-9}$$

On en déduit d'une part :

$$j = 0,67.0,637.10^{-4} 89 Q_m \\ = 38.10^{-4} Q_m$$

et d'autre part :

$$\tau_l \frac{L}{a} = \frac{200.10^{-6} 7}{3,14.0,91.10^{-9} 500.15.10^{-11}} \\ = 6,53.10^{12}$$

L'équation (6,46) s'écrit :

$$P_R^2 - P_a^2 = 6,53.10^{12} Q_m (1 + 38.10^{-4} Q_m)$$

Prenons les pressions en kilogrammes par centimètre carré

$$P_R^2 - P_a^2 = 6,78 Q_m (1 + 38.10^{-4} Q_m).$$

On a le tableau suivant des valeurs de $Q_m(1 + 38.10^{-4} Q_m)$ et de $P_R^2 - P_a^2$:

Les équations de conditions sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \mu + 2,13928 n - 2,00000 &= 0 \\ \mu + 2,54654 n - 2,30103 &= 0 \\ \mu + 2,80754 n - 2,47712 &= 0 \\ \mu + 3,00346 n - 2,60206 &= 0 \\ \mu + 3,16137 n - 2,69897 &= 0 \\ \mu + 3,29493 n - 2,77815 &= 0 \\ \mu + 3,40858 n - 2,84510 &= 0 \\ \mu + 3,50947 n - 2,90309 &= 0 \\ \mu + 3,68124 n - 3,00000 &= 0 \end{aligned}$$

Les équations canoniques sont :

$$\begin{aligned} 9 \mu + 27,55211 n - 23,69552 &= 0 \\ 27,55211 \mu + 86,29865 n - 73,52275 &= 0 \end{aligned}$$

et l'on obtient :

$$\begin{aligned} \mu + 3,06134 n - 2,62284 &= 0 \\ \mu + 3,13220 n - 2,66850 &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{et } 0,07086 n - 0,04566 = 0$$

soit enfin

$$\begin{aligned} n &= 0,644 \\ \mu &= 0,650. \end{aligned}$$

Les résidus sont inférieurs à 1 % des valeurs numériques des termes positifs des équations.

TABLEAU 6,41.

Q_m	100	200	300	400	500	600	700	800	1000
$Q_m (1 + 38.10^{-4} Q_m)$	138	352	642	1008	1450	1968	2562	3232	4800
$P_R^2 - P_a^2$	936	2390	4350	6830	9830	13340	17370	21900	32550

$$n = 0,644.$$

Recherchons la meilleure droite passant par tous les points figuratifs de la relation

$$\log Q_m = n \log [Q_m (1 + 38.10^{-4} Q_m)] + \mu \quad (6,47)$$

avec $\mu = \tau_l \log \lambda$

que l'on peut aussi écrire :

$$Q_m = v [Q_m (1 + 38.10^{-4} Q_m)]^n$$

v étant l'antilogarithme de μ et égal à $\left(\frac{1}{\lambda}\right)^n$

On a donc :

$$\begin{aligned} \log Q_m &= 0,644 \log [Q_m (1 + 38.10^{-4} Q_m)] + 0,650 \\ &= 0,644 \{ \log [\quad] \} + 1,01 \} \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} \log Q_m &= 0,644 \{ \log [\quad] + \log 10,24 \} \\ &= 0,644 \log [Q_m (1 + 38.10^{-4} Q_m) 10,24] \end{aligned}$$

ou enfin :

$$Q_m = [10,24 Q_m (1 + 38.10^{-4} Q_m)]^{0,644}$$

On a par conséquent :

$$\left[10,24 \frac{P_R^2 - P_a^2}{6,78} \right]^{0,644} = Q_m$$

c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \log Q_m &= 0,1153 + 0,644 \log (P_R^2 - P_a^2) \\ &= \log 1,303 + 0,644 \log (P_R^2 - P_a^2) \end{aligned}$$

ou

$$Q_m = 1,303 (P_R^2 - P_a^2)^{0,644}$$

La fig. 6,45 représente cette relation en coordonnées logarithmiques. On voit, et c'est là la chose importante, que le coefficient de l'équation :

$$Q_m = \alpha (P_R^2 - P_a^2)^n$$

n'a pas de rapport simple avec le groupe $\frac{\pi h k b}{\gamma L \frac{R}{a}}$

en raison de l'introduction d'un terme provenant de l'approximation faite en écrivant l'équation (6,47).

Mais, on a l'équation (6,47) qui montre que le premier membre de l'expression ci-dessus est égal à : — μ

On a donc :

$$\log \alpha = n \log \left(\frac{\pi h k b}{\gamma L \frac{R}{a}} \right) + \mu.$$

Désignant par ν l'antilogarithme décimal de μ on a :

$$\alpha = \nu \left(\frac{\pi h k b}{\gamma L \frac{R}{a}} \right)^n \quad (6,48)$$

On observera que l'équation (6,47) permet de calculer ν et la quantité $i = \frac{1}{2 \pi h a} \frac{1}{\gamma L \frac{R}{a}}$

si l'on a la valeur de n .

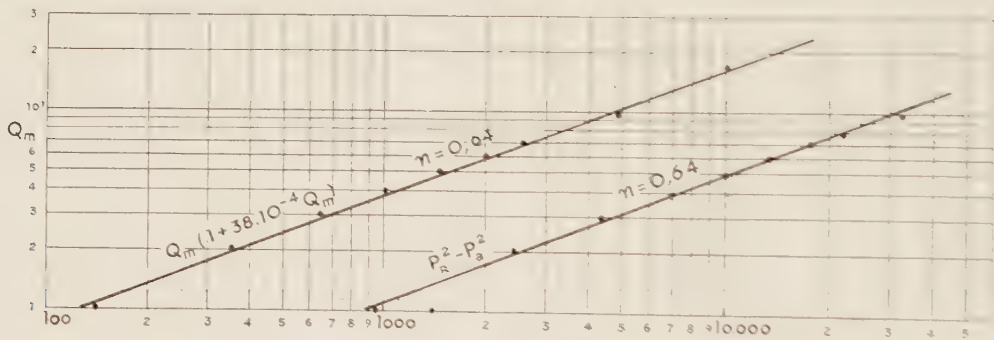


FIG. 6,45. — $Q_m (1 + 38,10^{-4} Q_m)$ et $P_R^2 - P_a^2$

Il est visible que l'on a :

$$\log Q_m = \log \alpha + n \log (P_R^2 - P_a^2)$$

et d'autre part à partir de (6,46)

En effet, on peut écrire :

$$\left(\frac{1}{\nu} \right) (Q_m)^n = Q_m + i Q_m^2$$

$$\log Q_m \left(1 + \frac{i Q_m}{2 \pi h a} \frac{1}{\gamma L \frac{R}{a}} \right) = \log \frac{\pi h k b}{\gamma L \frac{R}{a}} + \log (P_R^2 - P_a^2)$$

Multiplions cette dernière relation par n et retranchons-en la précédente, on a :

$$n \log Q_m \left(1 + \frac{i Q_m}{2 \pi h a} \frac{1}{\gamma L \frac{R}{a}} \right) - \log Q_m = n \log \frac{\pi h k b}{\gamma L \frac{R}{a}} - \log \alpha$$

ou encore :

$$i Q_m \left(\frac{1}{\gamma} \right)^n = Q_m \left(\frac{1}{\gamma} \right)^n \quad (6.47)$$

On aura soin de prendre les valeurs de Q_m dans la gamme des débits réels, et en utilisant la méthode des moindres carrés, on obtiendra les

deux inconnues $\left(\frac{1}{\gamma} \right)^n$ et i . Si l'on connaît α il sera donc possible de calculer le groupe $\frac{\pi h k b}{\gamma L \frac{R}{a}}$ à l'aide de l'équation (6.48).

d) Hypothèse des jets.

Nous avons raisonné dans tout ce qui précède, en admettant que le trajet du fluide avait lieu dans un canal de section continûment variable, que nous avons d'ailleurs identifié avec une succession de troncs de cônes pour conduire nos calculs. A l'échelle microscopique, il est assez vraisemblable que le milieu poreux ne présente pas d'étranglements très courts suivis d'élargissements très brusques, au moins tant qu'il est constitué, tels les grès, de grains



FIG. 6,46.

de matière solide plus ou moins cimentés entre eux. Il est bien possible par contre que dans certains milieux calcaires soumis au cours des âges au passage d'eaux plus ou moins acides, la forme des pores soit beaucoup moins régulière, et qu'il existe dans les canaux de véritables orifices en mince paroi (fig. 6,46). Nous allons montrer que cette circonstance ne modifie pas la forme des écoulements et que nous aurons encore un débit proportionnel à la différence des pressions dans le cas des liquides, tandis que, dans le cas des gaz, le débit sera proportionnel à la différence des carrés des pressions élevée à une puissance n comprise entre 0,5 et 1.

La fig. 6,47, représente un tube de section S' terminé par un orifice en mince paroi de section s' . On sait que la veine se contracte après l'orifice et prend une section $C_e s'$.

L'application du théorème de Bernoulli conduit à écrire :

$$\frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2)$$

P étant la différence des pressions amont P_1 et aval P_2 , V_1 et V_2 les vitesses correspondantes, la vitesse V_2 étant comptée à la section réduite. Mais on a, à très peu près :

$$V_1 S' = V_2 C_e s'$$



FIG. 6,47.

puisque le fluide, même gazeux, ne subit qu'une inappréciable variation de masse spécifique entre ses deux états amont et aval.

On en déduit :

$$V_1 = \left[1 - C_e^2 \frac{s'^2}{S'^2} \right] \sqrt{\frac{2 \rho P}{\rho}}$$

Mais le débit massique q_m est tel, que :

$$q_m = V_1 C_e s'$$

soit :

$$q_m = C_e s' \sqrt{2 \rho P}$$

C_d étant le coefficient de décharge défini par :

$$C_d = C_e \left[1 - C_e^2 \frac{s'^2}{S'^2} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Mais on peut écrire :

$$\frac{1}{2} \rho (P_1 + P_2)$$

en sorte que :

$$\frac{1}{2} \rho P = P_1 - P_2$$

On a donc :

$$q_m = s' C_d (P_1^2 - P_2^2)^{\frac{1}{2}}$$

Le coefficient de décharge C_d dépend de la valeur du nombre de Reynolds, ainsi que LEA l'a mis en évidence. La fig. 6,48 reproduite d'après ROUSE (réf. 11) montre que si le nombre de Reynolds est supérieur à 10.000, le coefficient de décharge est constant et voisin de 0,6, ce qui correspond à :

$$q_m = 0,6 s' (P_1^2 - P_2^2)^{\frac{1}{2}}$$

Par contre, pour les valeurs du nombre de Reynolds inférieures à quelques dizaines, on a pratiquement (1) :

$$C_d = f(R)^{\frac{1}{n'}}$$

f étant une constante.

Or, $R = \frac{\rho V d}{\eta}$, d désignant le diamètre de l'orifice.

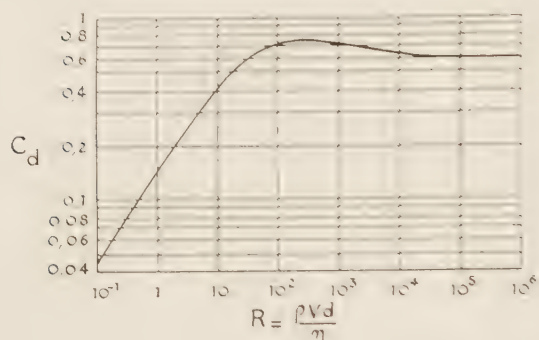


FIG. 6,48. — Relation entre le coefficient de décharge d'un orifice en mince paroi et le nombre de Reynolds (D'après LEA).

Mais $q_m = \rho v \cdot s'$

On a donc :

$$R = \frac{\rho v d}{\eta}$$

et par suite :

$$q_m = s' f \left(\frac{q_m d}{\eta s'} \right)^{\frac{1}{n'}} (P_1^2 - P_2^2)^{\frac{1}{2}}$$

c'est-à-dire :

$$q_m^{\frac{1}{n'}} = f \left(\frac{s' d}{\eta} \right)^{\frac{1}{n'}} (P_1^2 - P_2^2)^{\frac{1}{2}}$$

ou en définitive :

$$q_m = \frac{s' d f^2}{\eta} (P_1^2 - P_2^2)$$

c'est-à-dire que q_m est alors proportionnel à la différence des carrés des pressions.

Lorsque le nombre de Reynolds est compris entre quelques dizaines et quelques centaines, la pente de la courbe représentative de la variation de $\log C_d$ en fonction de $\log R$ va en dimi-

nuant, de la valeur $\frac{1}{2}$ à la valeur zéro, soit $\frac{1}{n'}$, cette pente n' étant supérieure à 2. On a :

$$C_d = f(R)^{\frac{1}{n'}}$$

On a alors :

$$q_m = s' (P_1^2 - P_2^2)^{\frac{1}{2}} f \left(\frac{d}{\eta s'} \right)^{\frac{1}{n'}}$$

c'est-à-dire :

$$q_m = f s' \left(\frac{d}{\eta} \right)^{\frac{1}{n'}} (P_1^2 - P_2^2)^{\frac{1}{2}}$$

ou :

$$q_m = A (P_1^2 - P_2^2)^{\frac{1}{2} \frac{n'}{n' - 1}}$$

A est une constante et l'exposant $n = \frac{1}{2} \frac{n'}{n' - 1}$ est compris entre 0,5 et 1.

En effet si l'on a : $n' > 2$

on a : $\frac{1}{n'} < \frac{1}{2}$

donc :

$$1 - \frac{1}{n'} > \frac{1}{2}$$

et :

$$\frac{1}{2} \frac{n'}{n' - 1} < 1$$

L'inégalité :

$$\frac{1}{2} \frac{n'}{n' - 1} > \frac{1}{2}$$

est d'autre part vérifiée quel que soit n .

On a donc en définitive :

$$q_m = A (P_1^2 - P_2^2)^{\frac{1}{2}} < n < 1$$

On remarquera d'ailleurs que n' devient négatif quand le nombre de Reynolds est compris entre quelques centaines et quelques milliers, mais que n' est alors très grand car la pente est alors très faible.

Posons $n' = -\frac{1}{\varepsilon}$

On a alors :

$$\frac{1}{n'} = -\varepsilon$$

(1) Pour $R = 0,1$ on a à peu près $C_d = 0,04$ et pour $R = 10$, $C_d = 0,4$.

et par suite :

$$n = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \varepsilon}$$

n peut donc être très légèrement inférieur à $\frac{1}{2}$.

La fig. 6,49 donne l'allure de la variation de n avec le nombre de Reynolds.

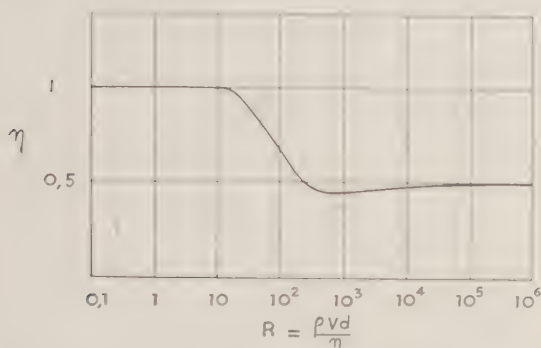


FIG. 6,49. — Allure de la variation de l'exposant n avec le nombre de Reynolds.

Or on a établi au paragraphe *b* que le nombre de Reynolds était par exemple voisin de 36 pour le gisement du Cap Bon, et inférieur à 1.200 dans l'extrême majorité des cas ; c'est dire que l'exposant n est donc pratiquement compris entre 0,5 et 1.

D'autre part, pour un écoulement liquide, le nombre de Reynolds sera d'environ mille fois plus petit, en raison du fait que le débit q_m est plus faible, et que la viscosité est plus forte. Nous avons précédemment exposé les ordres de grandeur des rapports en question.

Il serait de peu d'intérêt d'établir en détail la loi de l'écoulement radial circulaire déduite de la loi élémentaire de perte de charge, que nous venons d'étudier, en raison de l'existence du facteur f' dans l'expression :

$$C_d = f' (R)^{\frac{1}{n}}$$

que nous ne savons pas relier autrement qu'empiriquement, à partir de la courbe de LEA aux éléments physiques du problème.

Nous conclurons donc, en observant simplement que l'existence d'étranglements minces dans le milieu poreux n'est pas incompatible avec la loi d'écoulement permanent constatée dans les milieux poreux.

Nous pensons d'ailleurs que cette hypothèse des jets est moins vraisemblable que celle des effets d'extrémités si l'on se réfère à la constitution normale des milieux poreux. Nous obser-

verons d'autre part que l'exposant n varie assez vite entre 1 et 0,5 avec le débit, et que la stabilité de valeurs de n comprises entre 0,6 et 0,9 constatée dans les essais sur les puits quand le débit varie du simple au décuple s'oppose assez nettement à ce fait.

6,5. — Écoulement transitoire des gaz naturels dans le cas de débits faibles obtenus avec de faibles variations relatives de pression.

Nous observerons qu'il est toujours possible de se placer dans le cas envisagé, et d'obtenir, dans ces conditions, des phénomènes réguliers si le gaz naturel produit par le gisement n'entraîne avec lui aucune phase liquide. Si le débit est suffisamment faible, le coefficient j défini au paragraphe précédent pourra être négligeable devant l'unité et l'écoulement du gaz aura lieu conformément à la loi de Darcy.

Les variations relatives de pression dues à l'écoulement étant en outre faibles, l'écoulement du gaz aura lieu à très peu près suivant les lois des écoulements liquides.

Nous allons en effet montrer ci-après que l'approximation établie au paragraphe 1,6 pour l'écoulement des gaz parfaits sous l'effet d'une faible variation de pression relative subsiste sous une forme à peine différente quand il s'agit des gaz réels. Nous montrerons ensuite la manière de tirer parti des solutions établies pour les liquides à flux constant et à pression constante dans le cas du gaz, et nous appliquerons ces résultats à l'étude d'un sondage d'Afrique du Nord.

a) Équation aux dérivées partielles régissant l'écoulement transitoire d'un gaz naturel dans les conditions de validité de la loi de Darcy.

Nous repartirons de l'équation (1,14).

$$\operatorname{div} (\rho \operatorname{grad} P) = \frac{\omega r}{k} \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

et de l'équation d'état :

$$\rho = \frac{M}{Z R' T}$$

Nous introduirons comme au paragraphe 1,6 l'écart π des pressions supposé faible :

$$\pi = P_0 - P$$

P_0 étant la pression d'équilibre et P la pression courante. On écrira aussi, de manière très suffisamment approchée

$$Z = Z_0 - \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_0 \sigma$$

en sorte que l'on aura :

$$\beta = \frac{M}{K' \theta} \frac{P_0 \left(1 - \frac{\sigma}{P_0} \right)}{Z_0 \left[1 - \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_0 \frac{\sigma}{Z_0} \right]}$$

$$\beta = \frac{MP_0}{Z_0 K' \theta} \left(1 - \frac{\sigma}{P_0} \right) \left[1 + \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_0 \frac{\sigma}{Z_0} \right]$$

$$= \frac{MP_0}{Z_0 K' \theta} \left[1 - \frac{\sigma}{P_0} + \frac{P_0}{Z_0} \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_0 \frac{\sigma}{Z_0} \right]$$

Si l'on se reporte au paragraphe 1,6, on voit que le rôle de la compressibilité des liquides est ici joué non plus par la quantité $\frac{1}{P_0}$ mais par

$$\beta = \frac{1}{P_0} \left[1 - \frac{P_0}{Z_0} \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_0 \right] \quad (6.51)$$

Cette variation de la valeur de β est importante en elle-même, mais elle ne détruit pas l'ordonnance de l'équation (1,63) que l'on écrira dans

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{M}{K' \theta} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (6.52)$$

la valeur résultant de l'équation (6,51).

Il est facile de voir que la compressibilité du gaz est nettement affectée par les variations du facteur de compressibilité. Prenons un cas moyen caractérisé par :

$$P_0 = 100 \text{ kg cm}^2 \quad Z_0 = 0,8 \quad \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_0 = - \frac{0,2}{100}$$

Le crochet devient :

$$\frac{1 - \frac{0,2}{100}}{0,8} = 1,25$$

On ne peut pas tenir compte de la

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{M}{K' \theta} \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

pas moins que l'équation aux dérivées partielles linéaires (6,52) régit

Nous allons maintenant faire les réductions de

$$\sigma = \frac{q_f}{4 \pi h k} \frac{x^2}{t}$$

et obtiendrons :

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (4.41)$$

qui n'est autre que l'équation (4,41) qui a été déduite de l'équation (1,63).

Nous pouvons donc appliquer à l'écoulement du gaz naturel les conclusions établies pour les liquides, sous les réserves indiquées en tête du présent paragraphe.

b) Intégration à flux constant et usages de la solution.

L'équation (4,41) a été étudiée dans le cas d'un milieu infiniment étendu initialement en équilibre, et soumis en un point, à partir de l'instant initial, à un flux constant par Lord KELVIN et par CARSLAW (réf. 7), puis par EVERDINGEN et HURST (réf. 2).

Elle admet la solution :

$$\sigma(x, t) = \frac{\eta q_f}{4 \pi h k} \int_{\frac{x^2}{4t}}^{\infty} \frac{e^{-w}}{w} dw$$

q_f désignant le débit volumétrique constant, compté dans les conditions du fond.

On a coutume de poser :

$$\int_{\frac{x^2}{4t}}^{\infty} \frac{e^{-w}}{w} dw = -E_i \left(-\frac{x^2}{4t} \right)$$

Cette fonction E_i a été mise sous forme de table (1).

La variation de pression au pied du sondage sera obtenue pour $x = 1$:

$$\sigma(1, t) = \frac{\eta q_f}{4 \pi h k} \int_{\frac{1}{4t}}^{\infty} \frac{e^{-w}}{w} dw$$

Un développement en série de $\frac{e^{-w}}{w}$ met en évidence que, si w est assez petit, c'est-à-dire si t est assez grand :

$$\sigma(1, t) = \frac{\eta q_f}{4 \pi h k} (0,80907 + Lt)$$

si t est supérieur à 100, les deux expressions diffèrent de moins de 0,6 % (voir le tableau 6,52 ci-après).

(1) JAHNKE E. und EMDE F. Funktionentafeln, 1928.

Nous écrirons donc, pour le pied du sondage :

$$P_0 - P = \frac{r_1 q_1}{4\pi h k} \left(0,80907 + L \frac{K}{a^2} T \right) \quad (6,53)$$

en introduisant la diffusivité K

$$K = \frac{k}{\omega r_1 \mu}$$

Pour tirer parti de l'équation (6,53), nous devons appliquer dans la plupart des cas réels, le principe de superposition.

La figure 6,51 donne la production d'un sondage depuis son ouverture ; le débit q_1 a eu successivement les valeurs $q_1, 0$ et q_2 .

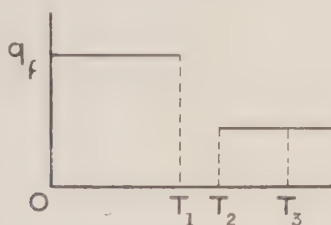


FIG. 6,51.

On écrira, compte tenu de (6,53) et du principe de superposition :

$$P_0 - P_{a1} = \frac{r_1 q_1}{4\pi h k} \left(0,80907 + L \frac{K}{a^2} T_1 \right)$$

A un instant quelconque de la fermeture T , on aura :

$$P_0 - P_a = \frac{r_1 q_1}{4\pi h k} \left(0,80907 + L \frac{K}{a^2} T \right) + \frac{r_1 (0 - q_1)}{4\pi h k} \left(0,80907 + L \frac{K}{a^2} (T - T_1) \right) \\ = \frac{r_1 q_1}{4\pi h k} L \frac{T}{T - T_1} \quad (6,53 \text{ bis})$$

A un instant quelconque, T , après la réouverture, on aura :

$$P_0 - P_a = \frac{r_1 q_1}{4\pi h k} \left(0,80907 + L \frac{K}{a^2} T \right) + \frac{r_1 (0 - q_1)}{4\pi h k} \left(0,80907 + L \frac{K}{a^2} (T - T_1) \right) \\ + \frac{r_1 (q_2 - 0)}{4\pi h k} \left(0,80907 + L \frac{K}{a^2} (T - T_2) \right) = \frac{r_1}{4\pi h k} \left[q_1 L \frac{T}{T - T_1} + q_2 L \frac{K}{a^2} (T - T_2) \right] \quad (6,53 \text{ ter})$$

Le mécanisme du principe de superposition peut s'énoncer en effet de manière aisément utilisable sous la forme qui suit :

La chute de pression est la somme algébrique des effets de chacune des impulsions successives, comptées à l'époque actuelle depuis leur mise en œuvre.

Les impulsions sont ici les variations du débit, en sorte que dans l'exemple de la figure 6,51, ces impulsions sont :

$$q_1 - 0 \quad 0 - q_1 \quad q_2 - 0$$

ce qui justifie l'écriture des relations précédentes.

Dans le cas d'un débit continuellement variable, on décomposera la courbe de variation du débit en un certain nombre de paliers, pour se ramener à une succession de débits constants.

C'est en particulier ce que l'on devra faire pour exploiter les courbes de remontée de pression dans les sondages.

Nous allons en montrer l'exemple sur la sonde A_1 . Au moment de la fermeture intervenue, la sonde A_1 débitait à un rythme pratiquement constant de $3,460 \text{ m}^3/\text{jour}$ dans les conditions standard, depuis plus de deux mois. Le gisement étant évidemment limité, la perturbation d'ouverture avait très certainement atteint les limites du champ au moment de la fermeture, et il existait dans le champ une répartition de pression pseudo-permanente des pressions conforme à la loi de Darcy. On avait à cette époque, compte tenu des hypothèses :

$$P'_0 = P_{a1} = \frac{r_1 q_1}{2\pi h k} L \frac{R}{a} \quad (6,54)$$

P'_0 désignant la pression d'équilibre du gisement si on l'avait fermé et laissé au repos pendant un temps suffisant pour que l'équilibre s'établisse.

La fermeture du sondage constitue une perturbation qui se propage, et, tant que cette perturbation n'a pas atteint les limites du champ, on peut écrire, en superposant les effets de la perturbation initiale dégénérée en mouvement pseudo-permanent et ceux de la nouvelle perturbation :

$$P_0 - P_a = \frac{\gamma_i q_i}{4 \pi h k} \left[L \frac{R^2}{a^2} - 0,80907 - L \frac{K}{a^2} (T - T_1) \right] \quad (6,55)$$

en appelant encore T_1 l'époque de fermeture et considérant le débit comme nul dès l'époque de la fermeture.

En retranchant membre à membre (6,55) de (6,54), on obtient :

$$P_a - P_{a_1} = \frac{\gamma_i q_i}{4 \pi h k} \left[0,80907 + L \frac{K}{a^2} (T - T_1) \right] \quad (6,56)$$

On peut observer que l'effet d'une nouvelle impulsion est identique à celui qu'indique l'équation (6,56) chaque fois que cette nouvelle impulsion a lieu sur un système qui est le siège d'un mouvement que l'on peut considérer comme permanent.

Prenons en effet le cas d'un gisement infini, ouvert à l'époque 0 avec le débit q_1 et sur lequel à l'époque T_1 , on exerce une nouvelle impulsion $q_2 = q_1$. On a, par application de (6,53), et du principe de superposition, à l'époque T_1 :

$$P_0 - P_{a_1} = \frac{\gamma_i}{4 \pi h k} \left[q_1 \left(0,80907 + L \frac{K}{a^2} T_1 \right) \right]$$

et à une époque T_2 ultérieure, mais proche de T_1 :

$$P_0 - P_{a_2} = \frac{\gamma_i}{4 \pi h k} \left[q_1 \left(0,80907 + L \frac{K}{a^2} T_2 \right) + (q_2 - q_1) \left(0,80907 + L \frac{K}{a^2} (T_2 - T_1) \right) \right]$$

et par différence :

$$P_{a_2} - P_{a_1} = \frac{\gamma_i}{4 \pi h k} \left[q_1 L \frac{T_1}{T_2} - (q_2 - q_1) \left(0,80907 + L \frac{K (T_2 - T_1)}{a^2} \right) \right]$$

Si T_1 est grand et si $T_2 - T_1$ est petit devant T_1 , la quantité $L \frac{T_1}{T_2}$ est très voisine de zéro, et il reste une équation de même forme que (6,56) :

$$P_{a_2} - P_{a_1} = \frac{\gamma_i}{4 \pi h k} (q_1 - q_2) \left[0,80907 + L \frac{K (T_2 - T_1)}{a^2} \right]$$

L'équation (6,56) montre que la remontée de pression a lieu logarithmiquement avec le temps, si l'approximation faite en considérant le débit comme nul dès la fermeture, est licite. C'est bien ce qui ressort du tableau 6,51 et de la courbe de la figure 6,52, et nous considérerons donc qu'il est permis de négliger les débits postérieurs à la fermeture.

L'équation (6,56) permet de calculer la perméabilité du terrain et la diffusivité si l'on connaît une valeur correcte du rayon du trou de sonde, ce qui n'est d'ailleurs pas toujours le

TABLEAU 6,51.
Remontée de pression de la sonde A_1 .

TEMPS ÉCOULÉ DEPUIS LA FERMETURE (EN HEURES)	PRESSIION DE FOND KG/CM ²
0	112,700
1	112,970
2	113,020
4	113,075
6	113,128
8	113,128
24	113,230
48	113,280
72	113,343
108	113,397
192	113,423

cas, car il arrive que l'on ait fait subir au fond du puits des traitements à l'explosif, ou des tirs de charges creuses qui rendent le rayon pratique du trou très différent de celui résultant du travail de l'outil de forage.

Le calcul de la diffusivité est donc de peu d'intérêt sauf si l'on cherche au contraire à apprécier la valeur efficace du rayon du trou de sonde.

On peut calculer les deux inconnues à partir de l'équation (6,56) écrite pour un nombre quelconque d'époques en utilisant la méthode des moindres carrés, mais une simple mesure

de la pente de la droite représentative suffit au calcul de la perméabilité.

Soient P_{a_2} et P_{a_3} , deux valeurs de la pression, nous avons :

$$P_{a_2} - P_{a_1} = \frac{\gamma q_f}{4\pi h k} \left[0,80907 + L \frac{K}{a^2} (T_2 - T_1) \right]$$

$$P_{a_3} - P_{a_1} = \frac{\gamma q_f}{4\pi h k} \left[0,80907 + L \frac{K}{a^2} (T_3 - T_1) \right]$$

c'est-à-dire :

$$P_{a_3} - P_{a_1} = \frac{\gamma q_f}{4\pi h k} L \frac{T_3 - T_1}{T_2 - T_1}$$

Dans le cas présent, nous prendrons :

$$T_2 - T_1 = 1 \text{ heure} \quad P_{a_2} = 112,960$$

$$T_3 - T_1 = 10 \text{ heures} \quad P_{a_3} = 113,160$$

On avait d'autre part : $h = 30$ mètres

$$\gamma = 150.10^{-6} \text{ poises}$$

$$q_f = 395 \text{ cm}^3/\text{sec.}$$

(q_f est compté par seconde dans les conditions du fond, en prenant la pression au moment de la fermeture, soit $112,700 \text{ kg/cm}^2$, la température étant de 330° K et le facteur de compressibilité de $0,89$).

On en déduit :

$$k = \frac{150.10^{-6} \cdot 2.31.395}{4\pi.30.10^2 \cdot 0,2.0,981.10^6} \\ 1,85.10^{-11} \text{ perm.}$$

On en déduit encore, à l'aide de l'une ou l'autre des deux équations :

$$\frac{K}{a^2} = 2,46.10^{-11}$$

Comme on a ici :

$$\beta = 0,98.10^{-8}$$

$$\gamma = 150.10^{-6}$$

$$\omega = 0,15$$

on a :

$$K = \frac{1,85.10^{-11}}{0,15.150.10^{-6} \cdot 0,001.10^6} \\ = 84$$

$$\text{soit } a^2 = 34.000$$

$$\text{soit } a = 185 \text{ cm.}$$

Ce résultat ne doit pas être considéré comme étonnant, car on a tiré des charges creuses au fonds du puits, et ce tir a pu fracturer le terrain à proximité du puits de manière telle que son rayon pratique soit de très loin supérieur aux quelques centimètres qui résultent de l'emploi d'un trépan de quelques pouces.

Nous pouvons enfin vérifier que les conditions de validité de l'approximation logarithmique de la fonction E_1 sont vérifiées en pratique dès

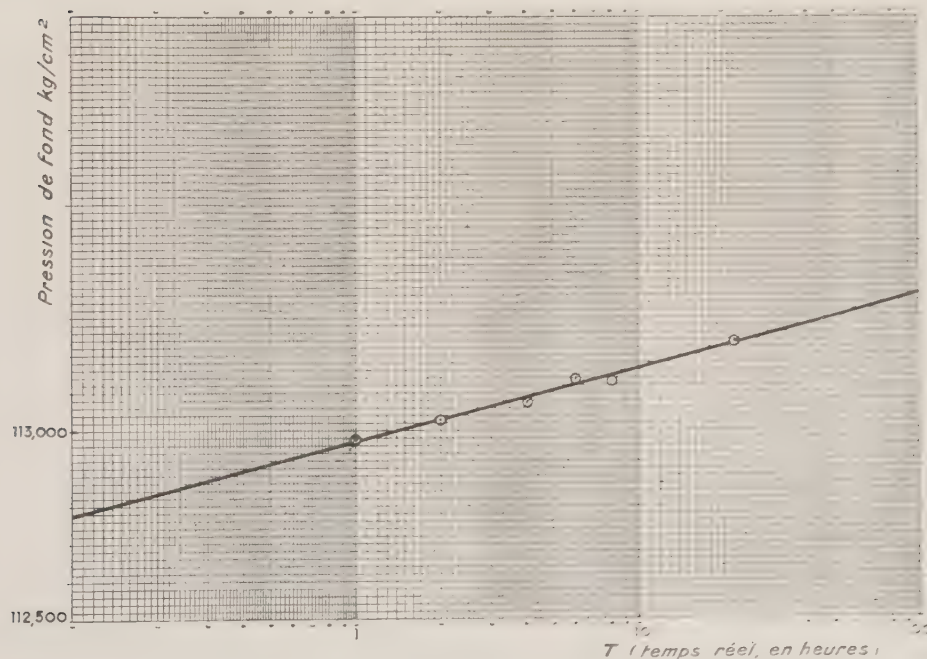


FIG. 6,52. — Remontée de pression.

les premières heures de la remontée de pression, en dépit de la faible valeur de $\frac{K}{a^2}$.

Le tableau 6,52 ci-dessous donne en fonction du temps réduit l'écart entre la valeur vraie et la valeur approchée de la fonction E_i ; il est visible que dès que t est supérieur à 10, l'écart est inférieur à 6 %, or, le tracé semi-logarithmique de la courbe de remontée de pression entraîne des erreurs de lecture qui sont du même ordre que sur les différences de pression. La courbe se confond donc pratiquement avec une ligne droite dès que :

$$\begin{aligned} T &\sim \frac{10.000}{2,46} \\ T &> 4.000 \text{ secondes} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_s(T) &= 2 \pi h \omega a^2 \beta \frac{P_a}{H} \frac{273}{\theta} (P_0 - P_a) Q_0(t) \\ &= 2 \pi h \omega a^2 \beta \frac{1}{H} \frac{273}{\theta} P_a (P_0 - P_a) Q_0(t) \quad (6,57) \end{aligned}$$

TABLEAU 6,52

Comparaison de la valeur vraie de la fonction E_i et de l'approximation logarithmique.

(1) TEMPS RÉDUIT	(2) APPROXIMA- TION	(3) VALEUR VRAIE	ÉCART % $\frac{(3)-(2)}{(3)}$
10	1,555	1,651	5,8
20	1,902	1,960	2,9
30	2,105	2,147	1,96
40	2,249	2,282	1,45
50	2,364	2,388	1,01
60	2,452	2,476	0,93
70	2,529	2,550	0,82
80	2,595	2,615	0,77
90	2,655	2,672	0,64
100	2,707	2,723	0,59

Intégration à pression constante et usage de la solution.

L'équation (6,52) a été intégrée également dans le cas où l'écoulement a lieu à pression

de sortie constante. Nous avons déjà rappelé précédemment, au paragraphe 4,4, les résultats acquis qui figurent d'ailleurs en annexe 1.

Rappelons que la production cumulée d'une couche est à partir de l'état d'équilibre rompu à l'instant zéro, au profit d'une pression de sortie constante P_a :

$$C(T) = 2 \pi h \omega a^2 \beta (P_0 - P_a) Q_0(t)$$

pour un gisement infini, $C(T)$ étant compté dans les conditions de sortie (P_a, θ) .

Tout ce qui a été exposé au paragraphe 5,2 subsiste à quelques modifications près qui tiennent à ce que l'on écrira ici, compte tenu des hypothèses :

ou

$$C_s(T) = A'' P_a (P_0 - P_a) Q_0(t)$$

avec $A'' = 2 \pi h \omega a^2 \beta \frac{1}{H} \frac{273}{\theta}$

Ce sont les mêmes équations qu'au paragraphe 5,2 mais dans lesquelles on aura remplacé :

$$A' \text{ par } A'' \text{ et } P_0^2 - P_a^2 \text{ par } P_a (P_0 - P_a)$$

Nous allons appliquer à la sonde A_1 les conclusions relatives à l'étude d'une fermeture intervenant en écoulement pseudo-permanent. Nous écrirons les équations (5,25 *ter*), (5,26 *ter*) et (5,28 *bis*).

Nous devons tenir compte des quantités de gaz produites au cours de la remontée de pression.

Les quantités de gaz présentes dans la sonde dans les divers états successifs, que nous supposons isothermes, sont calculables comme il suit :

Si s est la section utile des tubes, l' la cote comptée à partir de la surface, l la cote du fond, la masse en place est :

$$m = \int_0^l \frac{s}{Z} \frac{d l'}{R \frac{M}{\theta}} P(l')$$

Mais, en équilibre hydrostatique, on a :

$$dP = \frac{s}{Z} \frac{d l'}{R \frac{M}{\theta}} P$$

ou :

$$\frac{dP}{P} = \frac{s}{Z} \frac{d l'}{R \frac{M}{\theta}} \quad (6,58)$$

c'est-à-dire que :

$$\frac{P}{Z} \frac{d l'}{R \frac{M}{\theta}} = \frac{1}{s} dP$$

On a donc :

$$m = \int_0^l \frac{s}{Z} dP = \frac{s}{g} (P_a - P_s)$$

P_s étant la pression de surface.

et on sait que :

$$R = 8,315 \cdot 10^7 \\ g = 981.$$

On a donc :

$$V_s (m^3) = 12,57 P_s \\ 11,73 P_a$$

P_a étant en kg par centimètre carré.

On a tracé sur la figure 6,53 la courbe de remontée de la pression de fond en fonction du temps en coordonnées cartésiennes.

Prenons les époques :

$$T_1 = 1 \text{ heure} \quad T_2 = 2 \text{ heures.}$$

On a :

$$C_s (T_2) - C_s (T_0) = 11,73 (113,020 - 112,700) \\ 3,75$$

$$C_s (T_1) - C_s (T_0) = 11,73 (112,970 - 112,700) \\ = 3,17.$$

La pression moyenne dans l'intervalle 0 - 1 heure est de 112,917 kg/cm² et dans l'intervalle 1 heure - 2 heures de 112,995.

Le débit horaire est de 144,2 m³.

Les équations (5,25 *ter*) et (5,26 *ter*) sont donc :

$$3,17 - 144,20 = -Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 3.600 \right) A'' 112,917 \cdot 0,217 \quad (6,59)$$

$$3,75 - 288,40 = A'' \left[112,917 \cdot 0,217 Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 7200 \right) + 112,995 \cdot 0,078 Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 3600 \right) \right]$$

Mais on a, d'après (6,58)

$$P_a - P_s = e^{\frac{M g l}{Z R \theta}}$$

en sorte que :

$$m = \frac{s}{g} P_s \left(e^{\frac{M g l}{Z R \theta}} - 1 \right)$$

Le volume standard présent dans le sondage est donc :

$$V_s = m \cdot \frac{R}{M} \frac{273}{1,033}$$

Dans le cas de la sonde $A_{1,}$, on a :

$$e^{\frac{M g l}{Z R \theta}} = 1,0723 \\ M = 16 \\ s = 124,2 \text{ cm}^2$$

On en déduit :

$$\frac{Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 7200 \right) - 284,65}{Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 3600 \right) - 141,03} = \frac{112,995 \cdot 0,078}{112,917 \cdot 0,217} \\ = 1,66.$$

On déduit de la figure 5,22

$$\frac{K}{a^2} \cdot 7200 = 18$$

ou

$$\frac{K}{a^2} = 2,50 \cdot 10^{-3}$$

de (6,59), on déduit :

$$A'' = \frac{141,03 \cdot 10^6 \cdot 10^{-12}}{0,217 \cdot 112,917 \cdot 0,981^2 \cdot 0,861} \\ = 0,872 \cdot 10^{-6}$$

car $Q_0(g) = 6,861$ ainsi qu'il résulte de l'annexe 1. comme

On a donc :

$$2 \pi h \omega a^2 \beta \left(\frac{1}{H} \right) \frac{273}{\theta} = 0,872 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{k}{\omega r_1 \beta a^2} = 2,50 \cdot 10^{-8}$$

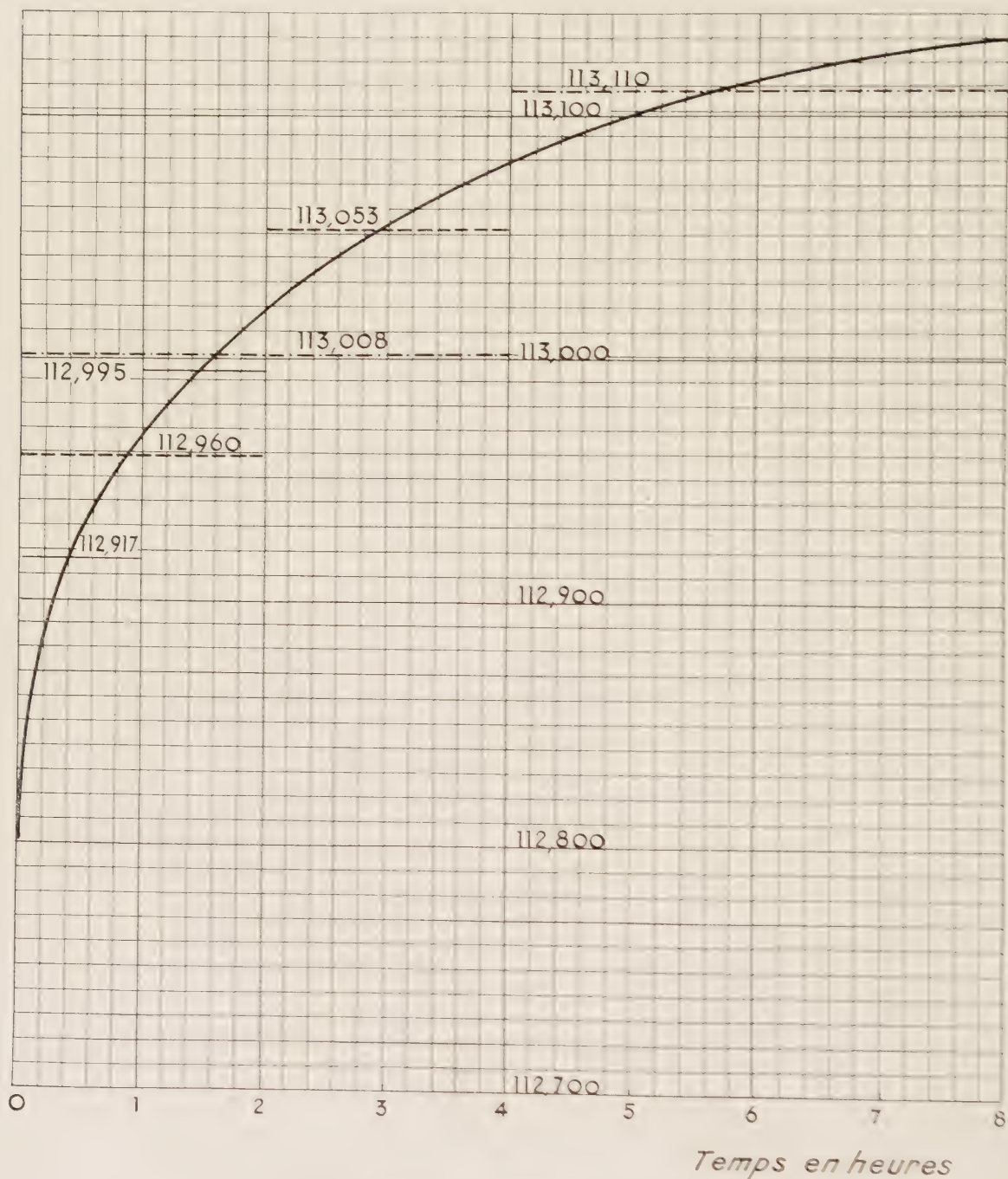


FIG. 6,53. — Remontée de pression en fonction du temps

On a, en tirant la valeur de $\omega a^2 \beta$ de l'équation précédente

$$k = \frac{2,50 \cdot 10^{-3} \cdot 150 \cdot 10^{-6} \cdot 0,872 \cdot 10^{-6} \cdot 1,033 \cdot 10^6 \cdot 330}{2 \cdot 30 \cdot 10^2 \cdot 273} \\ = 2,12 \cdot 10^{-11} \text{ perm.}$$

Nous recommencerons ce calcul pour d'autres époques.

Prenons les époques

$$T'_1 = 2 \text{ heures} \quad T'_2 = 4 \text{ heures}$$

On a :

$$4,40 - 576,80 = -A'' \cdot 113,075 \cdot 0,238 Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 14400 \right)$$

$$5,04 - 1153,60 = -A'' \cdot 113,075 \cdot 0,238 Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 28800 \right) + 113,130 \cdot 0,102 Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 14400 \right)$$

$$C_s(T'_2) - C_s(T_0) = 11,73 (113,020 - 112,700) \\ = 3,75$$

$$C_s(T'_2) - C_s(T_0) = 11,73 (113,075 - 112,700) \\ = 4,40.$$

La pression moyenne dans l'intervalle 0 - 2 heures est de 112,960 kg/cm² et dans l'intervalle 2 heures - 4 heures de 113,053 kg/cm².

Les équations sont :

$$3,76 - 288,40 = -Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 7200 \right) A'' \cdot 112,960 \cdot 0,260$$

$$4,40 - 576,80 = -A'' \left[112,960 \cdot 0,260 \cdot Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 14400 \right) + 113,053 \cdot 0,093 Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 7200 \right) \right]$$

On en déduit :

$$\frac{Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 7200 \right)}{Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 14400 \right)} = \frac{572,40}{284,64} - \frac{113,053}{112,960} \frac{0,093}{0,260} \\ = 1,66$$

c'est-à-dire :

$$\frac{K}{a^2} = 1,25 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Or } A'' = \frac{284,6 \cdot 10^{-6}}{112,960 \cdot 0,260 \cdot 0,981^2} \frac{1}{6,861} \\ = 1,47 \cdot 10^{-6}$$

On en déduit :

$$k = \frac{1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 150 \cdot 10^{-6} \cdot 1,47 \cdot 10^{-6} \cdot 1,013 \cdot 10^6 \cdot 330}{2 \cdot 30 \cdot 10^2 \cdot 273} \\ = 1,79 \cdot 10^{-11} \text{ perm.}$$

$$\text{Prenons } T''_1 = 4 \text{ heures} \quad T''_2 = 8 \text{ heures}$$

On a :

$$C_s(T''_1) - C_s(T_0) = 11,73 (113,075 - 112,700) \\ = 4,40$$

$$C_s(T''_2) - C_s(T_0) = 11,73 (113,130 - 112,700) \\ = 5,04.$$

La pression moyenne dans l'intervalle 0-4 heures est de 113,008 kg/cm² et dans l'intervalle 4 heures-8 heures de 113,110 kg/cm².

Les équations sont :

On en déduit :

$$\frac{Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 28800 \right)}{Q_0 \left(\frac{K}{a^2} 14400 \right)} = \frac{1148,56}{572,40} - \frac{113,130}{113,075} \frac{0,102}{0,238} \\ = 1,66.$$

On en déduit :

$$\frac{K}{a^2} = 0,625 \cdot 10^{-3}$$

Or :

$$A'' = \frac{572,4 \cdot 10^{-6}}{113,075 \cdot 0,238 \cdot 0,981^2} \frac{1}{6,861} \\ = 3,22 \cdot 10^{-6}$$

On en déduit :

$$k = \frac{0,625 \cdot 10^{-3} \cdot 150 \cdot 10^{-6} \cdot 3,22 \cdot 10^{-6} \cdot 1,013 \cdot 10^6 \cdot 330}{2 \cdot 30 \cdot 10^2 \cdot 273} \\ = 1,96 \cdot 10^{-11} \text{ perm.}$$

La comparaison des trois couples de résultats que nous venons d'obtenir montre :

- d'une part, que la perméabilité peut être obtenue de manière assez précise ($\pm 10\%$ près) ;
- d'autre part, que la diffusivité a une valeur beaucoup moins stable.

Ce dernier fait provient vraisemblablement des variations de la température dans le sondage au cours de la remontée de pression : celles-ci jouent un rôle considérable sur la valeur des productions postérieures à la fermeture qui réagissent directement sur la valeur de $\frac{Q_0(z,t)}{Q_0(t)}$.

On peut observer que si on néglige des productions, les valeurs successives du rapport sont 1,64 puis 1,65 et enfin 1,66, ce qui réduit l'écart des valeurs de la diffusivité par rapport au calcul précédent.

En outre, la détermination des pressions moyennes est assez inconcomode.

Il résulte de toutes ces observations qu'il est préférable d'utiliser l'intégrale à flux constant que l'intégrale à pression constante, pour étudier les remontées de pression dans les sondages et en déduire la valeur de la perméabilité du terrain ou le rayon effectif du sondage.

Ces études sont intéressantes car elles permettent d'apprécier les résultats des traitements qui ont été faits sur ces puits.

6.6. — Écoulement transitoire des gaz naturels dans le cas général.

Nous avons établi au paragraphe 1.5 la loi d'écoulement permanent d'un gaz parfait dans le cas où la loi de Darcy est applicable : elle est représentée par l'équation :

$$Q_m = \frac{\pi h k}{\eta} b \frac{P_R^2 - P_a^2}{L \frac{R}{a}} \quad (1.54)$$

Nous avons établi ensuite que les gaz réels devaient s'écouler dans le cas où la loi de Darcy est applicable suivant une équation pratiquement peu différente de (1.54). Nous avons constaté expérimentalement sur les chantiers et justifié théoriquement au paragraphe 6.4 que, dans le cas général, les écoulements gazeux dans les milieux poreux n'étaient pas justiciables de la loi de Darcy, et que la loi d'écoulement permanent était représentée par l'équation :

$$Q_m = \alpha (P_R^2 - P_a^2)^n$$

n étant un exposant inférieur à 1, constant, ainsi d'ailleurs que α dans une gamme de débit très large. Le coefficient α est d'ailleurs sans rapports simples avec le groupe $\frac{\pi h k b}{\eta L \frac{R}{a}}$ ainsi

qu'on l'a établi au paragraphe 6.4. Nous avons

d'autre part établi que les mouvements transitoires des gaz parfaits dans les milieux où s'applique la loi de Darcy, à pression de sortie constante et en écoulement radial circulaire, obéissent à une loi telle que la production cumulée soit donnée par l'équation (4.62).

$$C_s(T, P_a) = \pi h \omega a^2 \frac{P_0}{H} \frac{273}{6} Q_0(t) (1 - P_a^2)$$

et nous avons interprété cette loi expérimentale en disant que le rapport des débits transitoires obtenus à la même époque réduite au cours de deux écoulements ayant lieu à partir d'un même état d'équilibre, mais avec des pressions de sortie différentes, était égal à celui des débits permanents qu'on aurait obtenu avec les mêmes pressions extrêmes, et nous en avons conclu que la vitesse de propagation de la perturbation était indépendante de l'amplitude de la perturbation.

Le fait que l'écoulement intéresse un gaz naturel au lieu d'un gaz parfait, n'a pratiquement pour effet que de modifier la compressibilité du gaz dans des conditions de pression et de température données ; or, si l'ampleur de la perturbation ne joue aucun rôle dans la vitesse de propagation pour les gaz parfaits, ceci signifie que seules les propriétés du fluide en avant du front de propagation interviennent. Une perturbation se propagera donc dans un gisement de gaz naturel en équilibre à une vitesse qui dépendra des propriétés de ce gaz, mais pas de l'ampleur de la perturbation. On en déduit que lors de divers mouvements transitoires se produisant à partir d'un même état d'équilibre, la perturbation atteindra les mêmes distances aux mêmes époques et, par conséquent, que le rapport des débits transitoires correspondant à une certaine époque sera le même que celui des débits permanents que l'on aurait obtenus avec les mêmes pressions, ou encore que l'on aura :

$$Q_m(T) = \varphi(T) \alpha (P_R^2 - P_a^2)^n$$

$Q_m(T)$ désignant le débit transitoire massique à l'époque (T) et (T) une fonction liée à la propagation de la perturbation et ne dépendant pas de P_a .

On aura par intégration :

$$C(T) = \int_0^T Q_m(T) dT = \alpha (P_R^2 - P_a^2)^n \Phi(T_1) \quad (6.61)$$

$\Phi(T_1)$ jouant un rôle analogue à la fonction $Q_0(t)$ dans l'équation 4.62.

On en déduit immédiatement que si l'on con-

naît l'évolution dans le temps de la production cumulée d'un sondage au cours de deux essais effectués à partir de la même pression d'équilibre avec deux pressions de sortie différentes, on aura entre les productions $C_1(T)$ et $C_2(T)$ la relation :

$$\frac{C_1(T)}{C_2(T)} = \left(\frac{P_R^2 - P_{a1}^2}{P_R^2 - P_{a2}^2} \right)^n \quad (6.62)$$

c'est-à-dire que l'exposant n pourra être connu sans qu'il soit nécessaire d'atteindre les mouvements pseudo-permanents.

duisant à orifice de sortie constant. La figure que nous reproduisons sous le numéro 6,71 montre que le coefficient n déterminé par l'alignement des points figuratifs correspondant aux essais d'une durée de 3 heures est le même que celui qui résulte des essais d'une durée de 24 heures.

Les auteurs de cette publication se sont surtout attachés à prévoir le déplacement latéral de la droite représentative, mais ils ont néanmoins relevé sur 12 sondages les pentes obtenues à la suite d'essais de 3 heures et d'essais de

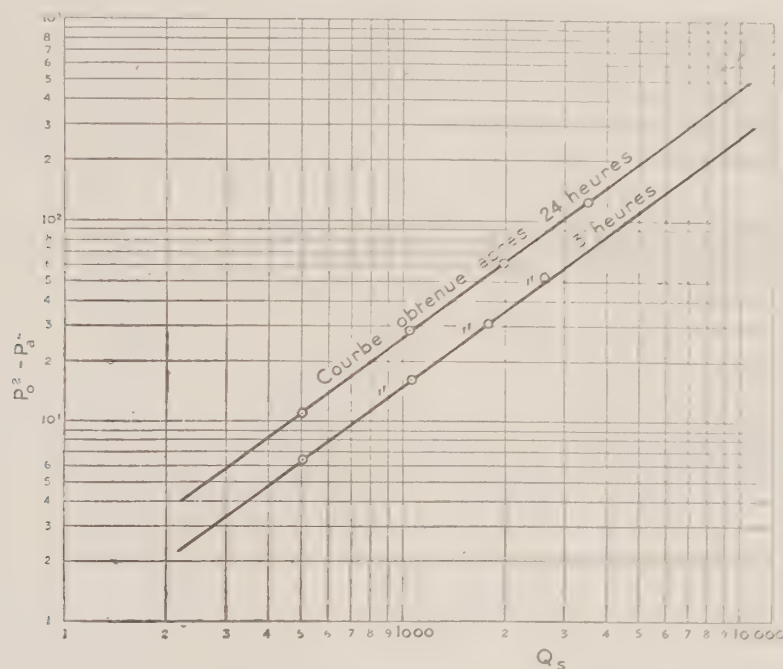


FIG. 6,71 — Compression des pentes.

(D'après E. R. HAYMAKER, C. W. BINCKLEY et F. R. BURGESS. *Petrol. Technol.*, III, 1949).

6.7. — Vérifications expérimentales.

Nous ne disposons pas en France de gisements sur lesquels on puisse vérifier la conclusion qui précède : la perméabilité du gisement de Saint-Marcet est telle que les mouvements pseudo-permanents sont presque instantanément établis, mais nous avons trouvé dans une publication étrangère les résultats de certains essais entrepris par la Phillips Petroleum Co (réf. n° 6) sur le gisement de gaz de Hugoton. L'idée des expérimentateurs était de déduire d'une période de production de courte durée (3 heures) la valeur du débit et de la pression de fond qui auraient été obtenus au bout de 24 heures, la sonde pro-

duisant à orifice de sortie constant. Le tableau 6,71 ci-dessous montre que la concordance est bonne en général, mais elle n'est cependant pas parfaite.

Ce fait tient sans doute aux conditions mêmes dans lesquelles ont été faits ces essais, les quatre points figuratifs établis pour chaque sondage correspondant à la superposition de 4 impulsions successives déclenchées de 3 heures en 3 heures, sans retour à l'équilibre, les duses de sortie étant seules fixées pour chacune des 4 périodes, et la pression variant continuellement ainsi que le débit.

Pour toutes ces raisons, les essais en question ne constituent pas une confirmation directe de nos conclusions. On peut néanmoins con-

sidérer que les chutes de pression étant toujours relativement faibles, le défaut d'équilibre n'est pas très lourd de conséquence en ce qui concerne la propagation des perturbations successives. Le fait que la pression de fond baisse progressivement au cours de chacune des périodes a, par contre, pour effet de modifier sensiblement la loi d'écoulement si l'on considère la pression de fond existant à l'issue d'une des périodes de 3 heures, on voit que la production cumulée obtenue grâce à la perturbation en cause est inférieure à celle que l'on aurait obtenue en maintenant depuis l'instant initial de cette perturbation la pression de fond à sa valeur prisable. La fonction $\varphi(T)$ dérivée de la fonction Φ de l'équation 6.61 se trouve donc multipliée par une certaine fonction du temps $\psi(T)$ qui ne peut dépendre que de la propagation de la perturbation et l'on a :

$$Q(T) = \varphi(T) \psi(T) \propto (P_R^2 - P_0^2)^n$$

TABLEAU 6.71.

Comparaison des pentes des courbes obtenues par essais de courte durée et par essais de 24 heures.

PUITS A GAZ	DURÉE DE CHAQUE ÉCOU- LEMENT	PENTE DE LA COURBE D'ESSAIS DE COURTE DURÉE	PENTE DE LA COURBE D'ESSAIS DE 24 H.	DIFFÉ- RENCE ENTRE LES PENTES
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
C	4 h.	848	720	— 128
D	3	725	725	000
E	3	744	741	— 003
F	3	733	734	+ 001
GA	3	778	811	+ 033
H	4	771	820	+ 049
I	4	888	709	— 089
A	3	834	803	— 031
B	3	772	703	— 009
J	3	743	701	+ 048
K	3	803	810	+ 007
L	3	743	776	+ 048
Moyenne des 12 essais.		778	774	— 005

Ainsi que nous l'avons dit plus haut, les chutes de pression relatives sont modestes au cours de ces essais et la compressibilité du gaz est peu variable, en sorte qu'en dépit du défaut d'équilibre, toutes les perturbations se propagent à très peu près à la même vitesse

la fonction $\psi(T)$ doit donc être la même dans tous les cas, et ceci justifie les résultats trouvés par les auteurs cités, tout en les reliant à notre façon de penser qui y trouve par conséquent une confirmation indirecte.

6.8. — Méthode proposée pour l'essai des sondages.

Nous venons de voir qu'on peut obtenir n sans avoir à établir de régimes pseudo-permanents. Nous avons établi au paragraphe 6.3 que si l'on connaît n , on peut calculer ν et i . Si l'on a exécuté un essai à très faible débit et une remontée de pression, on a pu calculer k . (Si h et η sont connus par ailleurs) ou tout au moins la quantité $\frac{\pi h k}{\eta}$ et l'on aura :

$$\alpha = \left(\frac{\pi h k b}{\eta L \frac{R}{a}} \right)^n$$

On voit que le seul élément inconnu demeure $L \frac{R}{a}$.

On pourra prendre la valeur moyenne $L \frac{R}{a} = 7$ pour obtenir la valeur de α en attendant l'obtention d'un débit pseudo-permanent. Ceci conduit à la méthode d'essai suivante :

1° Mesure de la perméabilité.

On mettra le sondage en équilibre. On y introduira une bombe de fond et on le fera débiter à pression de sortie constante et à très petit débit : pratiquement avec le plus petit débit stable que l'on pourra établir tout en ayant une pression de fond différant d'au moins 1 kg/cm² de la pression statique. La régulation manuelle de la pression suffira. On fermera le sondage après quelques heures de débit et on relèvera la courbe de remontée de pression, au fond et en tête du sondage. L'exploitation de cette courbe de remontée de pression sera faite en utilisant les points du relevé se situant en ligne droite sur le tracé semi-logarithmique : le début de la courbe ne sera peut-être pas aligné avec la partie suivante en raison des écarts de la fonction E_i et de son approximation logarithmique et la fin de la courbe non plus, en raison de l'effet des limites du gisement.

On déduira de cette courbe la valeur du groupe $\frac{\pi h k}{\eta}$ et éventuellement celle de k .

2° Détermination de n .

Le sondage étant en équilibre, on le fera débiter, pendant une heure, avec une pression en tête égale à environ 0,95 de la pression d'équilibre sur un débitmètre à orifice calibré soigneusement étalonné, le manomètre de fond étant en place. La pression de surface sera réglée à l'aide d'un manomètre sensible, et mesurée à la balance à poids. On fermera jusqu'au retour pratique à l'équilibre. On recommencera avec un débit plus fort correspondant à une pression en tête égale à environ 0,90 de la pression d'équilibre. L'exploitation des courbes de débit comportera la détermination des productions cumulées de quart d'heure en quart d'heure, et on en déduira quatre valeurs de n par l'équation (6,62) dont on prendra la moyenne. On corrigera les productions de la quantité de gaz produite par la détente à l'intérieur des tubages.

3° Détermination complète du potentiel du puits.

Dans la gamme des débits constatés, on déterminera la valeur de v et celle de i comme on l'a indiqué au paragraphe 6,3. Dans la plupart des cas, la gamme utile se situera entre 100 et 1.000 grammes par seconde (de 10.000 à 100.000 m³/jour environ) ou entre 1.000 et 5.000 grammes par seconde (de 100.000 à 500.000 m³/jour) suivant qu'on aura affaire à un producteur moyen ou fort.

Pour faciliter les applications pratiques, nous avons dressé une table des valeurs de v et de i correspondant à ces deux gammes de débit pour les valeurs de n comprises entre 0,55 et 0,95. Le tableau 6,81 donne les résultats obtenus à l'aide de la méthode des moindres carrés en utilisant six valeurs de Q_m dans la gamme de 100 à 1.000 gr./sec. savoir :

$Q_m = 100, 200, 400, 600, 800$ et 1.000 et 5 valeurs de Q_m dans la gamme de 1.000 à 5.000 gr./sec., savoir :

$Q_m = 1.000, 2.000, 3.000, 4.000$ et 5.000 .

Les fig. 6,81 et 6,82 donneront le moyen de faire les interpolations nécessaires.

6,9. — Application au gisement du Cap Bon.

Dans le cas du gisement du Cap Bon, on a trouvé sur un sondage qui a fait l'objet d'un certain nombre d'études :

$n = 0,79$ dans la gamme des débits Q_s (m³/h) allant de 500 à 3.000 m³/heure, à la suite d'essais en débits pseudo-permanents (fig. 6,91), réf. n° 12.

On a ici : $\theta = 367^\circ \text{K}$ $Z = 0,82$

$$\eta = 200.10^{-6} \quad P_R = 182,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho(0,76) = 0,93 \cdot 10^{-3}$$

TABLEAU 6,81.

Valeurs de v et de i en fonction de n .

n	100 Q_m	1.000	1.000 Q_m	5.000
	v	i	v	i
0,55	5,00	102,3 10^{-1}	13,43	17,05 10^{-1}
0,60	5,70	46,3 10^{-1}	11,68	7,76 10^{-1}
0,70	3,98	17,5 10^{-1}	6,97	2,92 10^{-1}
0,80	2,55	7,97 10^{-1}	3,73	1,30 10^{-1}
0,90	1,60	3,02 10^{-1}	1,94	0,488 10^{-1}
0,95	1,27	1,34 10^{-1}	1,39	0,335 10^{-1}

Nous poserons $-\left(\frac{1}{v}\right)^{\frac{1}{n}} = x$ et les équations (6,49) s'écriront :

$$i Q_m + x Q_m^{0,288} + 1 = 0$$

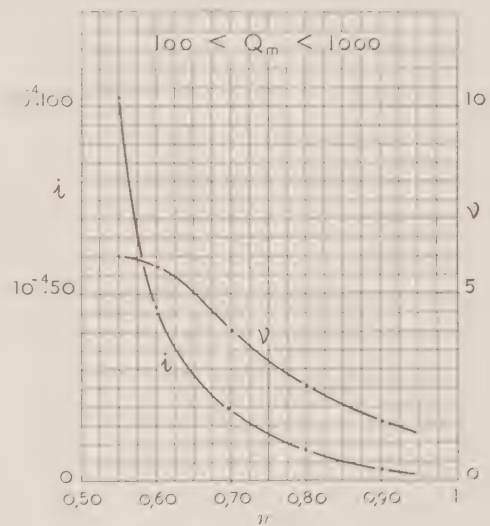


FIG. 6,81

Valeurs de i et de v en fonction de n pour $100 < Q_m < 1.000$

Le débit Q_m est donné en cm³/sec. par :

$$Q_m = \frac{Q_s 10^6}{3600} \times 0,93 \cdot 10^{-3} \\ = 0,2585 Q_s.$$

Nous ferons donc varier Q_m de 100 à 600

avec ici :

$$i.100 + X 3,405 + 1 = 0$$

$$i.200 + X 4,091 + 1 = 0$$

$$i.300 + X 4,564 + 1 = 0$$

$$i.400 + X 4,910 + 1 = 0$$

$$i.500 + X 5,225 + 1 = 0$$

$$i.600 + X 5,470 + 1 = 0$$

$h = 600$ c. g. s. d'après les mesures directes
 $k = 3,50 \cdot 10^{-11}$ d'après les mesures directes
 exécutées sur les carottes
 (fig. 6,92)

Les équations canoniques sont :

$$i. 91,104 + X 10386,4 + 2100 = 0$$

$$i. 10386,4 + X 130,490 + 27,665 = 0$$

On en déduit :

$$i. + X 0,0114 + 0,0023187 = 0$$

$$i. + X 0,0126 + 0,0026635 = 0$$

soit : $X = -0,2873$
 $i = 9,78 \cdot 10^{-4}$

On a donc :

$$\left(\frac{i}{v}\right)^{0,79} = 0,2873$$

$$\begin{aligned} \log \frac{i}{v} &= 0,79 \cdot \bar{1},45834 \\ &= -0,79 + 0,36209 \\ &= \bar{1},57209 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log v &= 0,42791 \\ v &= 2,68 \end{aligned}$$

et par conséquent :

$$\alpha = 2,68 \left(\frac{\pi h k b}{r_l L \frac{R}{a}} \right)^{0,79}$$

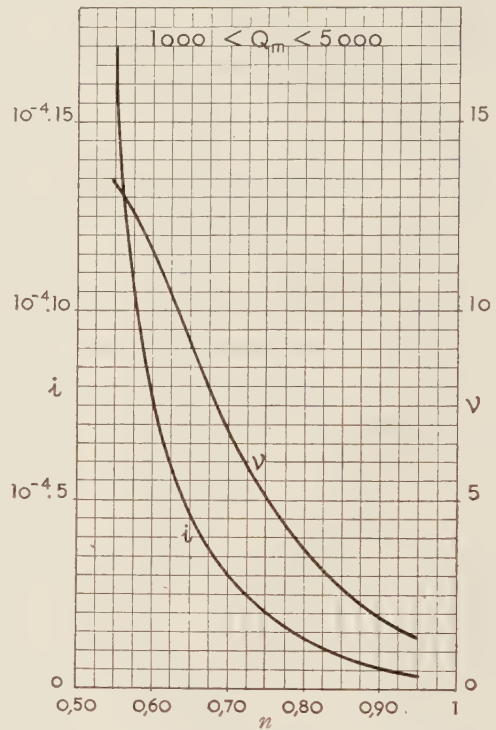


FIG. 6,82.

Valeurs de i et de v en fonction de n
 pour $1.000 < Q_m < 5.000$.

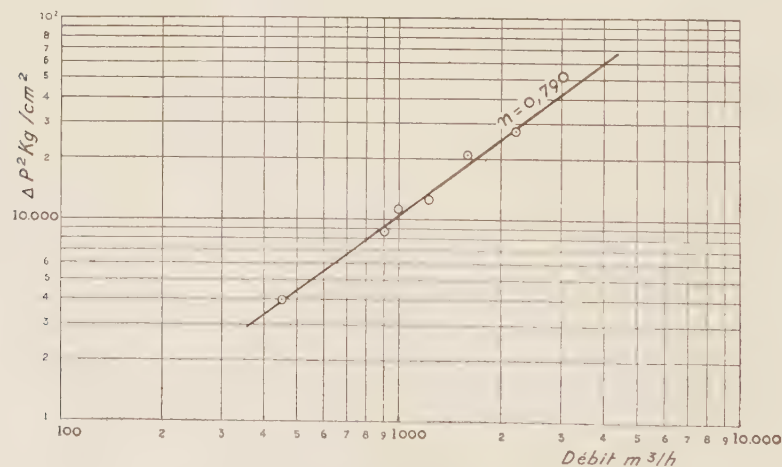


FIG. 6,91.

Potentiel d'un puits du gisement du Cap Bon.

$$\eta = 200 \cdot 10^{-6}$$

$$L \frac{R}{a} = 7 \quad \text{estimé}$$

$$b = \frac{20,85}{0,87 \cdot 8,315 \cdot 10^7 \cdot 367}$$

$$= 0,786 \cdot 10^{-9}$$

On a donc :

$$\frac{\pi h k b}{\eta L \frac{R}{a}} = 0,0370$$

Or :

$$\log 0,0370 = \bar{2},50820$$

$$0,79 \log 0,0370 = -1,58 + 0,449$$

$$= \bar{2},869$$

$$\frac{(\pi h k b)^{0,79}}{\eta L \frac{R}{a}} = 0,0739$$

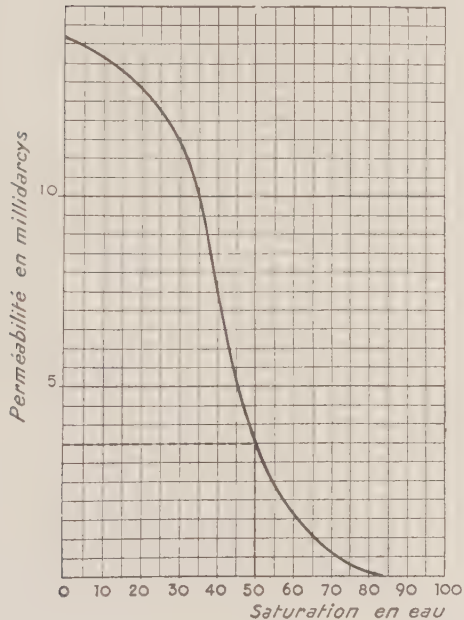


FIG. 6,92. — Perméabilité du grès du Cap Bon en fonction de la saturation en eau.

(Document établi à l'Institut Français du Pétrole par M. SÉGURET, Ingénieur stagiaire, en mars 1951).

Nota. — La saturation en eau est de 50 %. La perméabilité au gaz est alors de 3,5 millidarcys.

On en déduit : $\alpha = 0,198$

Si on exprime le débit en m³/heure, on a :

$$z = \frac{0,198}{0,2585}$$

$$z = 0,766$$

Or, les essais réels ont conduit à prendre

$$z = 0,675.$$

Si l'on considère que la valeur de $L \frac{R}{a}$ qui a été choisie est susceptible d'être légèrement fautive, on peut admettre que la concordance des deux résultats est très bonne : le calcul fait à partir de n permet dans le cas présent de déterminer le débit à 13 % près, ce qui est largement suffisant pour les besoins pratiques.

ANNEXE I

Résultats des travaux d'Everdingen et Hurst production cumulée réduite d'un gisement d'huile d'épaisseur unité produisant à pression de sortie constante.

t	$Q_0(t)$	t	$Q_0(t)$
$1 \cdot 10^{-2}$	0,112	1500	413,6
$1 \cdot 10^{-1}$	0,404	2000	531,5
1	1,570	2500	646,6
10	7,417	3000	752,0
100	43,01	4000	975,7
150	59,80	5000	1188,0
200	75,86	6000	1395,0
300	105,8	7000	1599,0
400	134,8	8000	1800,0
500	162,4	9000	1999,0
600	189,7	10000	2196,0
700	216,0	10^5	17560
800	242,3	10^6	146200
900	267,7	10^7	1252000
1000	293,1		

Extrait de *Petroleum Technology*, T. P. 2732, décembre 1949, p. 314 : The application of the Laplace Transformation to flow problems on reservoirs by A. F. VAN EVERDINGEN and W. HURST.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) MORRIS MUSKAT. Flow of homogeneous fluids in porous media. Mc. Graw Hill Book Co, N. Y.
- (2) VAN EVERDINGEN and HURST. Application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs. *Petroleum Technology*, TP. 2737, déc. 1949.
- (3) M. A. SCHELLHARDT and E. L. RAWLINS. Comparison of output and intake characteristics of natural-gas wells in Texas Panhandle Field. U. S. Bureau of Mines Library, Bartlesville, Okla., R. I. 3303 (May 1936).
- (4) ELMER CAPSHAW. Fundamentals of Gas Well, Back-Pressure Testing. *The Oil Weekly* March 10, 1947, p. 56-57-58.

- (5) D. T. MAC ROBERTS. Effects of Transient Conditions in Gas Reservoirs. *Petroleum Technology*, Feb. 1940, T. P. 2547.
- (6) E. R. HAYMAKER, C. W. BINCKLEY and F. R. BURGESS. Method of Establishing a stabilized back-pressure curve for gas wells producing from reservoirs of extremely low permeability. *Petroleum Technology*, March 1940, T. P. 2515.
- (7) PURCELL. Capillary Pressures. Their measurement using mercury and the calculation of permeability therefrom. *Journal of Petroleum Technology*, Mars 1951.
- (8) ALBERT P. et BUTAULT L. Etude des caractéristiques capillaires de réservoir du Cap Bon par la méthode Purcell. *Revue Institut Français du Pétrole*, Août 1952.
- (9) HASSLER BRUNNER and DEAIL. The role of capillary in Oil Production. *Journal of Petroleum Technology*, sept. 1943.
- (10) KLINGENBERG. *Drilling and Production Practice*, 1941.
- (11) ROUSE. *Elementary of Fluids Mechanic*, p. 168.
- (12) J. SEGURET. Rapport sur le gisement du Cap Bon (1951). *Non publié*.

NOMENCLATURE

Alphabet latin.

MINUSCULES		MAJUSCULES	
a	rayon du trou de sonde	A	} constantes
b	$\frac{Z R}{M}$	A_1	
c	rayon d'un capillaire	A_2	
div	divergence	B	
e	base des logarithmes Néperiens	E	écart relatif entre des mesures
g	accélération de la pesanteur	H	pression 76 cm Hg
grad	gradient	K	diffusivité hydraulique
h	épaisseur de la couche	L	longueur
i	nombre	M	masse moléculaire d'un gaz
k	perméabilité c. g. s.	P, P'	pression courante c. g. s., cm Hg
k'	— mdcy	P_0	pression de référence ou initiale
l	longueur	P_i	pression à la distance i
m	masse de gaz	P_1	pression aval
n	n° d'ordre d'un compartiment du modèle ou exposant	P_2	pression amont
p	pression réduite	Q	débit volumétrique
p_i	pression réduite à la distance i	Q_s	débit standard
p'	pression en cm mercure	Q_m	débit massique
r	distance radiale	Rey	nombre de Reynolds
s	section de passage	R'	constante des gaz parfaits
t	temps réduit	R	distance radiale
x	distance réduite	T	temps réel
x'	} coordonnées	V	volume
y'		V_p	volume de pores
z'		W	vitesse
		X	distance
		Z	facteur de compressibilité du gaz

Alphabet grec.

α	angle de deux plans (radians) ou coefficient	π	écart de pression
β	coefficient de compressibilité d'un fluide	π	3.1410
δ	symbole de différence	ρ	masse spécifique du gaz
ε	petite quantité	σ	section
η	viscosité	ω	porosité
θ	température	Δ	Laplacien
λ	constante	Σ	signe de sommation

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Les écoulements polyphasiques dans les milieux poreux

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 30 mai 1953

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

A. CHATELET

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

JEAN SARRAILH

